

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2023, Том 15, № 1 / 2023, Vol. 15, Iss. 1 <https://esj.today/issue-1-2023.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/03SAVN123.pdf>

Ссылка для цитирования этой статьи:

Гатиев, М. Ш. Расчет остаточных напряжений в полом цилиндра под действием внутреннего давления / М. Ш. Гатиев, Л. И. Лесняк, Б. М. Языев, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов // Вестник евразийской науки. — 2023. — Т. 15. — № 1. — URL: <https://esj.today/PDF/03SAVN123.pdf>

For citation:

Gatiev M.Sh., Lesniak L.I., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S., Litvinov S.V. Calculation of residual stresses in a hollow cylinder under internal pressure. *The Eurasian Scientific Journal*. 2023; 15(1): 03SAVN123. Available at: <https://esj.today/PDF/03SAVN123.pdf>. (In Russ., abstract in Eng.)

УДК 624.04

Гатиев Магомед Шамильевич

ФГБОУ ВО «Ингушский государственный университет», Магас, Россия
Старший преподаватель кафедры «Машиноведение»

E-mail: guvho@mail.ru

РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=717490

Лесняк Любовь Ивановна

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», Ростов-на-Дону, Россия
Начальник управления научно-исследовательской работы обучающихся

E-mail: trush-l@mail.ru

РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=811195

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57210604689>

Языев Батыр Меретович

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», Ростов-на-Дону, Россия
Профессор кафедры «Сопроотивление материалов»

ФГАОУ ВО «Казанский федеральный университет», Казань, Россия

Институт дизайна и пространственных искусств

Главный научный сотрудник

Доктор технических наук, профессор

E-mail: ps62@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5205-1446>

РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=488447

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=54950122700>

Чепурненко Антон Сергеевич

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», Ростов-на-Дону, Россия
Профессор кафедры «Сопроотивление материалов»

ФГАОУ ВО «Казанский федеральный университет», Казань, Россия

Институт дизайна и пространственных искусств

Главный научный сотрудник

Доктор технических наук, доцент

E-mail: anton_chepurnenk@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9133-8546>

РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=778841

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=56056531000>

Литвинов Степан Викторович

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», Ростов-на-Дону, Россия

Заведующий кафедрой «Сопротивление материалов»

ФГАОУ ВО «Казанский федеральный университет», Казань, Россия

Институт дизайна и пространственных искусств

Старший научный сотрудник

Кандидат технических наук, доцент

E-mail: litvstep@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5729-1425>

РИНЦ: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=778540

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57190968515>

Расчет остаточных напряжений в полом цилиндре под действием внутреннего давления

Аннотация. Для достаточно широкого круга изделий из полимерных материалов наиболее важным, с точки зрения надежности и работоспособности, являются остаточные напряжения, то есть такие напряжения, которые существуют в изделии при отсутствии внешних воздействий. Остаточные или внутренние напряжения в изделиях из полимерных материалов возникают в процессе формирования самого полимерного материала. Их уровень и распределение по объему изделия во многом определяется процессом образования полимера на стадиях полимеризации, кристаллизации и последующего охлаждения готового изделия. Таким образом, для оценки уровня распределения остаточных напряжений и, в конечном итоге, надежности готового полимерного изделия необходимо учитывать весь комплекс изменения структуры материала, а следовательно, и физико-механических свойств во взаимодействии с температурными и силовыми полями на всех стадиях формирования материала.

В настоящей статье приводится решение для определения остаточных напряжений в полимерном цилиндре при внутреннем давлении с учетом ползучести материала. Рассматривается процесс развития остаточной деформации полого цилиндра с учетом изменения напряжений и деформаций во времени. Для численной реализации решения задачи был использован метод конечных элементов. Для вычисления скорости роста остаточных деформаций использовался метод Эйлера.

Представлено решение тестовой задачи для полимерного цилиндра, где зависимость характеристик материала от напряжения хорошо согласуется с нелинейным уравнением состояния Максвелла-Слонимского. Приведен графический анализ изменения во времени нормальных напряжений и деформаций. Установлено, что соотношение упругой и остаточной деформаций в разные моменты времени существенно различно.

На основании проведенных исследований и сравнения с экспериментальными данными можно сделать вывод, что предложенная модель формирования остаточных напряжений в изделиях из кристаллических полимеров удовлетворительно описывает процесс и позволяет выбирать наиболее рациональный режим получения изделий в точки зрения его долговечности и прочности, а также сокращения времени проведения технологического процесса.

Ключевые слова: ползучесть; остаточные напряжения; скорость деформации; метод конечных элементов; скорость нарастания нагрузки

Введение

В настоящей работе рассматривается процесс остаточной деформации полого цилиндра с учетом изменения напряжений и деформаций во времени (процесс ползучести).

Эта задача представляет интерес в связи с теорией сейсмического режима, как простейший пример концентрации напряжений во времени, а также в связи с наблюдавшейся экспериментально проф. А.Ф. Головиным ползучестью труб под действием внутреннего давления. В частности, интересно исследовать, как зависят остаточные напряжения и деформации от времени нагружения и от скорости изменения нагрузки и как они релаксируют при хранении остаточного деформированных труб.

В качестве модели деформируемой среды мы используем уравнение типа уравнения Максвелла, с тем отличием, что время релаксации T считается зависящим от напряженного состояния [1].

Необходимо отметить, что зависимость T от напряжений, определенная в [1], проверялась экспериментально только для одномерного напряженного состояния, когда выражение для T вырождается к простому виду, принципиально отличному от выражений для двух- и трехмерных случаев.

В связи с каждой конкретной задачей эта зависимость может уточняться после сопоставления с экспериментальными данными. Цель настоящей работы — дать расчетный аппарат для такого сопоставления и выявить некоторые качественные закономерности, возможно представляющие практический интерес.

Ползучесть пластин при изгибе и цилиндров под действием внутреннего давления исследовалась академиком В.И. Андреевым [2]; однако применявшиеся им уравнения справедливы, по-видимому, лишь в ограниченном интервале давлений.

Постановка задачи

Рассмотрим трубу $R_a \leq r \leq R_b$ (рис. 1), вдоль поверхностей которой равномерно распределены нормальные давления наружное $P_b(t)$ и внутреннее $P_a(t)$, приложенные в момент $t = 0$, так что при $t < 0$ $P_b(t) = P_a(t) = 0$. Будем считать, что напряжения и деформации не зависят от координат z и φ .

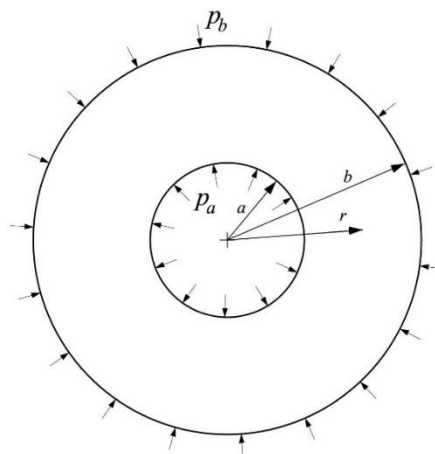


Рисунок 1. Толстостенный цилиндр под действием давлений на контурах (составлено автором)

Вследствие осевой симметрии смещение в плоскости нормального сечения направлено по радиусу; все напряжения зависят только от радиуса r и времени t .

Будем рассматривать достаточно медленные процессы, когда инерционными силами можно пренебречь [3–8].

Напряжения и деформации рассматриваемой трубы определяются следующими уравнениями, которые легко вывести из общих уравнений [1]:

$$\varepsilon_r = e_{rr}^{el} + \varepsilon_r^{res}; \quad \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_r^{res} = \int_0^t \frac{e_{rr}^{el} - \frac{\theta}{3}}{T} dt; \quad (1)$$

$$\varepsilon_\theta = e_{\theta\theta}^{el} + \varepsilon_\theta^{res}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_\theta^{res} = \int_0^t \frac{e_{\theta\theta}^{el} - \frac{\theta}{3}}{T} dt; \quad (2)$$

$$\varepsilon_z = e_{zz}^{el} + \varepsilon_z^{res}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \varepsilon_z^{res} = \int_0^t \frac{e_{zz}^{el} - \frac{\theta}{3}}{T} dt; \quad (3)$$

$$\sigma_\theta = r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \sigma_r, \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0. \quad (4)$$

Здесь:

u — радиальное смещение в плоскости нормального сечения (сумма упругого и остаточного);

$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$ — полные деформации;

$e_{rr}^{el}, e_{\theta\theta}^{el}, e_{zz}^{el}$ — упругие компоненты деформаций растяжения — сжатия;

$\varepsilon_r^{res}, \varepsilon_\theta^{res}, \varepsilon_z^{res}$ — остаточные деформации;

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ — нормальные напряжения (в данном случае совпадающие с главными нормальными напряжениями): σ_z считается не зависящим от r и θ , однако его можно задавать переменным во времени.

Напряжения связаны с упругими компонентами деформации известными соотношениями:

$$E e_{rr}^{el} = \sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z); \quad E e_{\theta\theta}^{el} = \sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z); \quad E e_{zz}^{el} = \sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r). \quad (5)$$

Здесь: E — модуль Юнга материала трубы; ν — коэффициент Пуассона.

Относительное изменение объёма:

$$\theta = \theta_e = e_{rr}^{el} + e_{\theta\theta}^{el} + e_{zz}^{el}.$$

Время релаксации T определяется формулой [1]:

$$T = \bar{T}_0 \exp \left\{ \frac{U_0 - \bar{m}P - \bar{n}|\sigma_i - P|_{\max}}{k\vartheta} \right\}. \quad (6)$$

Здесь: k — постоянная Больцмана; ϑ — абсолютная температура; $\bar{T}_0, \bar{m}, \bar{n}, U_0$ — константы, характеризующие свойства материала,

$$P = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3},$$

$|\sigma_i - P|_{\max}$ — максимальный из модулей трех функций:

$$\sigma_r - P; \quad \sigma_\theta - P; \quad \sigma_z - P.$$

Для простоты, считая $\vartheta = \text{const}$, мы представим T в виде:

$$T = T_0 \exp \{-mP - n|\sigma_i - P|_{\max}\}, \quad (7)$$

где T_0, m, n связаны с $\bar{T}_0, \bar{m}, \bar{n}$ очевидными из (6) соотношениями. Напомним, что согласно [1] m существенно меньше n .

Из (1)–(5) можно вывести уравнение для определения σ_r . Предположим, для простоты, что $\sigma_z = 0$.

Продифференцируем (1) и (2) по s с учетом первых двух уравнений (5) получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} &= \left(\frac{\frac{\partial \sigma_r}{\partial t} - \mu \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial t}}{E} \right) + \left(\frac{e_{rr}^{el} - \frac{\theta}{3}}{T} \right); \\ \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t} &= \left(\frac{\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial t} - \mu \frac{\partial \sigma_r}{\partial t}}{E} \right) + \left(\frac{e_{\theta\theta}^{el} - \frac{\theta}{3}}{T} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Начальные условия однородны:

$$\text{при } t = 0; \sigma_r = \sigma_\theta = 0; \varepsilon_r = \varepsilon_\theta = 0; u = 0. \quad (9)$$

Приведенных выше уравнений с краевыми условиями достаточно для определения напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра.

Возможны различные схемы вычислений, в частности можно свести к неоднородному дифференциальному уравнению с переменными коэффициентами относительно радиального напряжения σ_r или получить два совместных нелинейных уравнения относительно σ_r и u [10–18].

В настоящей статье для решения поставленной задачи использован метод конечных элементов [9].

Методика расчета

Определение постоянных m и n — задача новая и малоразработанная. T_0 тоже известно далеко не всегда. Поэтому целесообразно построить расчетную схему так, чтобы получаемые результаты были применимы к возможно более различным значениям констант.

Соотношения полной суммарной деформации (1)–(3) для удобства в конечно-элементной реализации представим как:

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \{\sigma\} + \{\varepsilon^{res}\}. \quad (10)$$

Здесь $\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix}$, $\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix}$, $\{\varepsilon^{res}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^{res} \\ \varepsilon_\theta^{res} \end{Bmatrix}$ — вектора напряжений, полных и остаточных деформаций соответственно.

Связь напряжения и составляющих деформаций можно записать как:

$$\{\sigma\} = \left(\frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^{res}\}) = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^{res}\}), \quad (11)$$

где $[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix}$ — матрица упругих постоянных.

Для решения плоской осесимметричной задачи теории упругости может быть использован одномерный конечный элемент с двумя узлами (рис. 2). При этом перемещение $u(r)$ в пределах элемента можно выразить через узловые перемещения следующим образом [9]:

$$u(r) = N_i u_i + N_j u_j = [N]\{U\}. \quad (12)$$

Здесь $\{U\} = \{u_i \quad u_j\}^T$ — вектор узловых перемещений.

Где

$$N_i = 1 - \frac{r-r_i}{r_j-r_i} = \frac{r_j-r}{r_j-r_i}; \quad N_j = \frac{r-r_i}{r_j-r_i}. \quad N_i, N_j \text{ — функции формы} \quad (13)$$

$$r_i, r_j \text{ — координаты узлов.}$$

Соотношения Коши при этом будут иметь вид:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{u}{r} \end{Bmatrix} = [B] \cdot \{U\}, \quad (14)$$

$$\text{где } [B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_j-r_i} & \frac{1}{r_j-r_i} \\ \frac{N_i}{r} & \frac{N_j}{r} \end{bmatrix}.$$

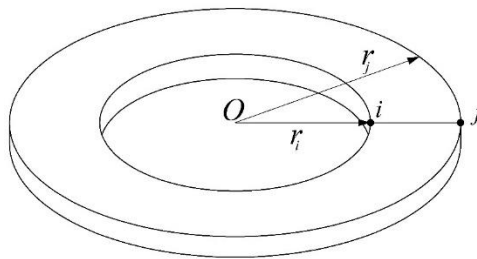


Рисунок 2. Конечный элемент для плоской осесимметричной задачи (составлено автором)

Потенциальная энергия деформации элемента записывается в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \{\sigma\}^T \{\varepsilon^{el}\} 2\pi r dr, \quad (15)$$

где $\{\varepsilon^{el}\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon^{res}\}$ — упругая деформация.

Подставим (11) и (14) в выражение для потенциальной энергии (15), считая, что в пределах элемента остаточные деформации являются постоянными:

$$\Pi = \frac{1}{2} (\{U\}^T \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] [B] 2\pi r dr \{U\} - 2\{U\}^T \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] 2\pi r dr \{\varepsilon^{res}\} + \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r dr \{\varepsilon^{res}\}^T [D] \{\varepsilon^{res}\}) \quad (16)$$

Применяя вариационный принцип Лагранжа, заключающийся в минимизации полной энергии \mathcal{A} , получим:

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \{U\}} = \frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} + \frac{\partial A}{\partial \{U\}} = [K]\{U\} - \{F_B\} - \{F\} = 0, \quad (17)$$

где A — работа внешних сил; $[K]$ — локальная матрица жесткости; $\{F_B\}$ — вклад остаточных деформаций в вектор нагрузки; $\{F\}$ — вектор внешних узловых нагрузок.

$$[K] = \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] [B] 2\pi r dr \approx [\bar{B}]^T [D] [\bar{B}] 2\pi \bar{r} (r_2 - r_1);$$

$$\{F_B\} = \int_{r_1}^{r_2} [B]^T [D] 2\pi r dr \{\varepsilon^{res}\} \approx [\bar{B}]^T [D] 2\pi \bar{r} (r_2 - r_1) \{\varepsilon^{res}\},$$
(18)

где $\bar{r} = (r_i + r_j)/2$; $[\bar{B}]$ — матрица, в которой, в отличие от матрицы $[B]$, вместо переменных коэффициентов стоят постоянные, вычисленные при $r = \bar{r}$.

Результаты и обсуждение

Были выполнены расчеты следующего частного случая: внутренний радиус равен половине внешнего ($r_i = 0,5$): нормальное осевое напряжение $\sigma_z = 0$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3333$, $n = 0,03 \frac{\text{мм}^2}{\text{кг}}$; $m = 0,1n$; $T_0 = 2 \cdot 10^5$ сек. Внешнее давление $P_b = 0$.

Изменение внутреннего давления P_a имеет вид, показанный на рисунке 3.

На рисунке 4 и на рисунке 5 представлены изменение напряжений σ_θ и σ_z во времени для случая: $a = 41 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$; $\text{tg } \beta = 10$.

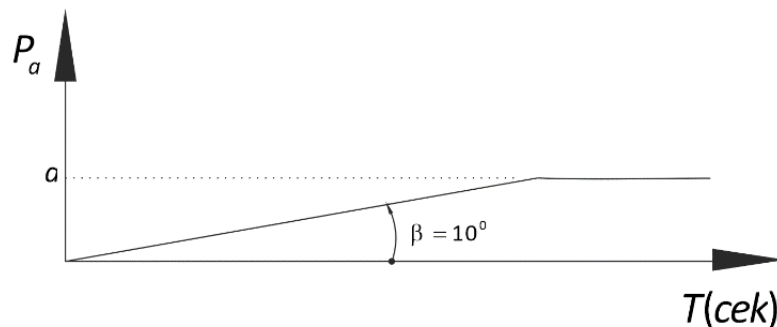


Рисунок 3. Зависимость давления от времени (составлено автором)

Каждая кривая соответствует значению времени t . Напряжение σ_r , меняется во времени сравнительно мало; однако на σ_θ ползучесть сказывается сильно, и тем больше, чем больше нагрузка (рис. 4). Напряжения σ_z (рис. 5) меняются во времени также существенно.

В начале процесса σ_θ мало отличается от рассчитанных по теории упругости. Однако с течением времени напряжения у внутренней (нагруженной) поверхности сильно убывают, а у внешней — возрастают; максимум σ_θ , смещается от внутренней поверхности к середине сечения (аналогичное распределение получалось в некоторых расчетах по теории пластичности). Физически это можно объяснить тем, что у внутреннего края упругие деформации быстро переходят в остаточные, что и приводит к убыванию σ_θ . Поэтому с течением времени распределение σ_θ по r несколько выравнивается. Однако неравномерность распределения σ_r сохраняется, поддерживаясь положительной нагрузкой. Интересно отметить, что в середине сечения имеется область, где σ_θ и ε примерно постоянны во времени.

Если $\text{tg } \beta$ — скорость нарастания нагрузки — сильно (на несколько порядков) убывает, то максимальные напряжения внутри цилиндра при данной нагрузке убывают; остаточные напряжения при этом не уменьшаются, но их распределение по r изменяется.

На рисунках 6–8 представлено изменение во времени наибольших величин нормальных напряжений. Из графиков видно нелинейный характер изменения во времени напряжений σ_θ и σ_z .

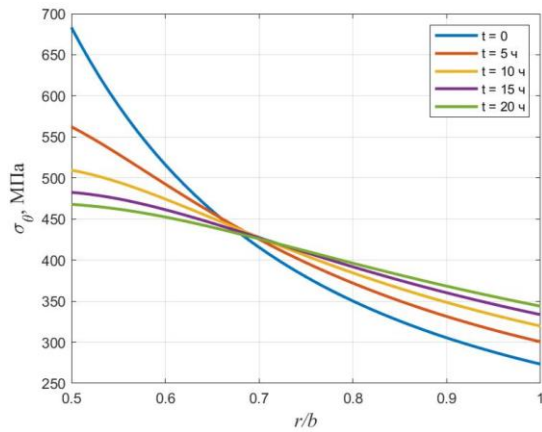


Рисунок 4. Изменение во времени окружных напряжений σ_{θ} (составлено автором)

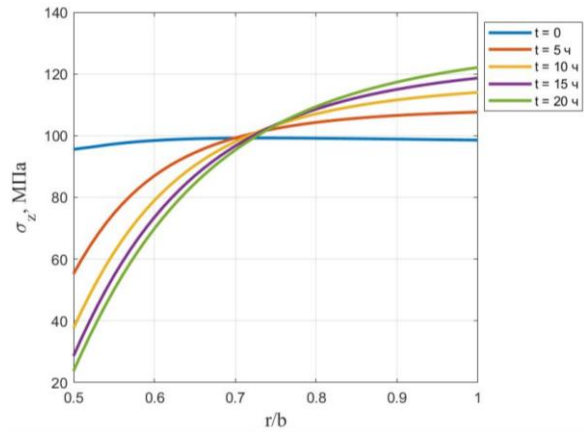


Рисунок 5. Изменение во времени осевых напряжений σ_z (составлено автором)

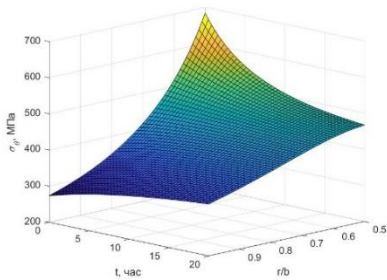


Рисунок 6. Изменение во времени и по радиусу окружных напряжений σ_{θ} (составлено автором)

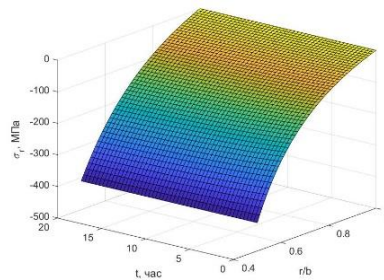


Рисунок 7. Изменение во времени и по радиусу радиальных напряжений σ_r (составлено автором)

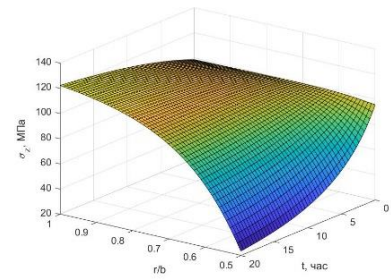


Рисунок 8. Изменение во времени и по радиусу осевых напряжений σ_z (составлено автором)

Выводы

Достоверность на первом этапе решения задачи основана на сравнении с упругим решением аналогичной задачи (МКР). Приведённые расчеты иллюстрируют возможности применяемого теоретического аппарата. Однако количественное сравнение с экспериментальными данными должно быть предметом специального исследования. Прежде всего необходимо определить $T_{0,n}$ путем испытания образцов материала на растяжение при различной длительности нагрузки или скорости деформации, при этом может оказаться необходимым дополнительно учитывать упрочнение, вводя некоторые функции деформации в выражение для соотношения $T = T_0 \exp \{-mP - n|\sigma_i - P|_{\max}\}$. После таких испытаний (опыт которых имеется) можно проводить расчет для сравнения с экспериментальными данными о деформации цилиндров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич, Г.И. Тр. Геофиз. Ин-та АН СССР, — М.: № 21, 1954 г.
2. Andreev, V.I. On the bending of a thin polymer plate at nonlinear creep / V. I. Andreev, B.M. Yazyev, A.S. Chepurnenko // *Advanced Materials Research*. — 2014. — Vol. 900. — Pp. 707–710.
3. Chepurnenko, A.S. Determination of Rheological Parameters of Polyvinylchloride at Different Temperatures / A.S. Chepurnenko, V.I. Andreev, A.N. Beskopylny, B.M. Jazyev // *MATEC Web of Conferences*. — 2016. — Vol. 67. — Article No. 06059.
4. Dudnik, A.E. Determining the rheological parameters of polyvinyl chloride, with change in temperature taken into account / A.E. Dudnik, A.S. Chepurnenko, S.V. Litvinov // *International Polymer Science and Technology*. — 2017. — Vol. 44. — Pp. 30–33.
5. Дудник, А.Е. Определение реологических параметров поливинилхлорида с учетом изменения температуры / А.Е. Дудник, А.С. Чепурненко, С.В. Литвинов // *Пластические массы*. — 2016. — № 1–2. — С. 30–33.
6. Чепурненко, А.С. Моделирование реологических процессов в трехслойных плитах с пенополиуретановым наполнителем / А.С. Чепурненко, А.А. Савченко // *Пластические массы*. — 2018. — № 5–6. — С. 24–27.
7. Андреев, В.И. Осесимметричный изгиб круглой гибкой пластинки при ползучести / В.И. Андреев, Б.М. Языев, А.С. Чепурненко // *Вестник МГСУ*. — 2014. — № 5. — С. 16–24.
8. Савченко, А.А. Концентрация напряжений в вязкоупругой полимерной пластинке с отверстием / А.А. Савченко // *Научно-технический вестник Поволжья*. — 2017. — № 4. — С. 44–47.
9. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. — М.: Мир, 1979. — 392 с.
10. Chepurnenko, A.S. Calculation for the Circular Plate on Creep Considering Geometric Nonlinearity / A.S. Chepurnenko, B.M. Yazyev, A.A. Savchenko // *Procedia Engineering*. — 2016. — Vol. 150. — Pp. 1680–1685.
11. Litvinov, S.V. Flat axisymmetrical problem of thermal creepage for thick-walled cylinder made of recyclable PVC / S.V. Litvinov, L.I. Trush, S.B. Yazyev // *Procedia Engineering*. — 2016. — Vol. 150. — С. 1686–1693.
12. Литвинов, С.В. Плоская деформация неоднородных многослойных цилиндров с учетом нелинейной ползучести / С.В. Литвинов, С.Б. Языев, С.Б. Языева // *Вестник МГСУ*. — 2010. — № 1. — С. 128–132.
13. Литвинов, С.В. Моделирование термоползучести неоднородного толстостенного цилиндра в осесимметричной постановке / С.В. Литвинов, Л.И. Труш, А.Е. Дудник // *Инженерный вестник Дона*. — 2016. — № 2. — URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560>.

14. Труш, Л.И. Оптимизация решения плоской задачи полимерного цилиндрического тела в термовязкоупругой постановке / Л.И. Труш, С.В. Литвинов, Е.Н. Пищеренко, А.Е. Дудник // Новые полимерные композиционные материалы Материалы XIII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки РФ и КБР, проф. Микитаева А.К. — 2017. — С. 246–253.
15. Литвинов, С.В. Напряженно-деформированное состояние тел вращения в вязкоупругой постановке / С.В. Литвинов, Л.И. Труш, А.А. Аваков // Строительство и архитектура-2017. Материалы научно-практической конференции. — 2017. — С. 186–194.
16. Trush, L. Optimization of the solution of a plane stress problem of a polymeric cylindrical object in thermoviscoelastic statement / L. Trush, S. Litvinov, N. Zakieva, S. Bajramukov // Advances in Intelligent Systems and Computing. — 2018. — Vol. 692. — Pp. 885–893.
17. Литвинов, С.В. Прогнозирование прочности адгезионного соединения в течение длительного периода времени / С.В. Литвинов, Л.И. Труш, Е.Н. Пищеренко, А.А. Аваков // Новые полимерные композиционные материалы Материалы XIII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки РФ и КБР, проф. Микитаева А.К. — 2017. — С. 162–167.
18. Litvinov, S. Forecasting the strength of an adhesive bond over a long period of time / S. Litvinov, A. Zhuravlev, S. Yazyev, S. Bajramukov // Advances in Intelligent Systems and Computing. — 2018. — Vol. 692. Pp. 902–907.

Gatiev Magomed Shamilevich

Ingush State University, Magas, Russia
E-mail: guvho@mail.ru
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=717490

Lesniak Liubov Ivanovna

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia
E-mail: trush-l@mail.ru
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=811195
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57210604689>

Yazyev Batyr Meretovich

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia
Kazan Federal University, Kazan, Russia
E-mail: ps62@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5205-1446>
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=488447
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=54950122700>

Chepurnenko Anton Sergeevich

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia
Kazan Federal University, Kazan, Russia
E-mail: anton_chepurnenk@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9133-8546>
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=778841
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=56056531000>

Litvinov Stepan Victorovich

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia
Kazan Federal University, Kazan, Russia
E-mail: litvstep@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5729-1425>
RSCI: https://www.elibrary.ru/author_profile.asp?id=778540
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57190968515>

Calculation of residual stresses in a hollow cylinder under internal pressure

Abstract. For a fairly wide range of products made of polymer materials, the most important, from the point of view of reliability and performance, are residual stresses, that is, those stresses that exist in the product in the absence of external influences. Residual or internal stresses in products made of polymeric materials arise during the formation of the polymeric material itself. Their level and distribution over the volume of the product is largely determined by the process of polymer formation at the stages of polymerization, crystallization and subsequent cooling of the finished product. Thus, in order to assess the level of distribution of residual stresses and, ultimately, the reliability of the finished polymer product, it is necessary to take into account the entire complex of changes in the structure of the material, and, consequently, the physical and mechanical properties in interaction with temperature and force fields at all stages of material formation.

This article provides a solution for determining residual stresses in a polymer cylinder under internal pressure, taking into account the creep of the material. The process of development of the residual deformation of a hollow cylinder is considered taking into account the change in stresses and deformations in time. For the numerical implementation of the solution of the problem, the finite element method was used. The Euler method was used to calculate the growth rate of residual strains.

A solution of a test problem for a polymer cylinder is presented, where the dependence of material characteristics on stress is in good agreement with the non-linear Maxwell-Slonsky equation of state. A graphical analysis of the change in time of normal stresses and strains is given. It has been established that the ratio of elastic and residual deformations at different points in time is significantly different.

Based on the conducted studies and comparison with experimental data, it can be concluded that the proposed model for the formation of residual stresses in products from crystalline polymers satisfactorily describes the process and allows you to choose the most rational mode for obtaining products in terms of its durability and strength, as well as reducing the time of the technological process.

Keywords: creep; residual stresses; strain rate; finite element method; load increase rate

REFERENCES

1. G.I. Gurevich. Tr. Geophysis. Institute of the USSR Academy of Sciences, Moscow: No. 21, 1954.
2. V. I. Andreev, B.M. Yazyev, A.S. Chepurnenko. On the bending of a thin polymer plate at nonlinear, creep. *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 900. Pp. 707–710.
3. A.S. Chepurnenko, V.I. Andreev, A.N. Beskopylny, B.M. Yazyev. Determination of Rheological Parameters of Polyvinylchloride at Different Temperatures. *MATEC Web of Conferences*. 2016. Vol. 67. Article No. 06059.
4. A.E. Dudnik, A.S. Chepurnenko, S.V. Litvinov. Determining the rheological parameters of polyvinyl chloride, with change in temperature taken into account. *International Polymer Science and Technology*. 2017. Vol. 44. Pp. 30–33.
5. A.E. Dudnik, A.S. Chepurnenko, S.V. Litvinov. Determination of rheological parameters of polyvinyl chloride taking into account temperature changes. *Plasticheskiye massy*. 2016. No. 1–2. — Pp. 30–33.
6. A.S. Chepurnenko, A.A. Savchenko. Modeling of rheological processes in three-layer plates with polyurethane foam aggregate. *Plasticheskiye massy*. 2018. No. 5–6. Pp. 24–27.
7. V.I. Andreev, B.M. Yazyev, A.S. Chepurnenko. Axisymmetric bending of a round flexible plate during creep. *Vestnik MGSU*. 2014. No. 5. Pp. 16–24.
8. A.A. Savchenko. The stress concentration in a viscoelastic polymer plate with a hole // *Scientific and Technical Bulletin of the Volga Region*. 2017. No. 4. Pp. 44–47.
9. L. Segerlind. Application of the finite element method [Primeneniye metoda konechnykh elementov]. M.: Mir, 1979. 392 p.
10. A.S. Chepurnenko, B.M. Yazyev, A.A. Savchenko. Calculation for the Circular Plate on Creep Considering Geometric Nonlinearity. *Procedia Engineering*. 2016. Vol. 150. Pp. 1680–1685.
11. S.V. Litvinov, L.I. Trush, S.B. Yazyev. Flat axisymmetrical problem of thermal creep page for thick-walled cylinder made of recyclable PVC. *Procedia Engineering*. 2016. Vol. 150. Pp. 1686–1693.

12. S.V. Litvinov, S.B. Yazyev, S.B. Yazyeva. Plane deformation of inhomogeneous multilayer cylinders taking into account nonlinear creep. Vestnik MGSU. 2010. No. 1. Pp. 128–132.
13. S.V. Litvinov, L.I. Trush, A.E. Dudnik. Simulation of thermal creep of an inhomogeneous thick-walled cylinder in an axisymmetric formulation. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2016. No. 2. URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560>.
14. L.I. Trush, S.V. Litvinov, E.N. Pischerenko, A.E. Dudnik. Optimization of the solution of the plane problem of a polymer cylindrical body in a thermoviscoelastic formulation. New polymer composite materials. Materials of the XIII International Scientific and Practical Conference dedicated to the memory of Honored Scientist of the Russian Federation and KBR, prof. Mikitaev A.K. 2017. Pp. 246–253.
15. S.V. Litvinov, L.I. Trush, A.A. Avakov. Stress-strain state of bodies of revolution in a viscoelastic formulation. Construction and architecture-2017. Materials of the scientific-practical conference. 2017. Pp. 186–194.
16. L. Trush, S. Litvinov, N. Zakieva, S. Bayramukov. Optimization of the solution of a plane stress problem of a polymeric cylindrical object in thermoviscoelastic statement. Advances in Intelligent Systems and Computing. 2018. Vol. 692. Pp. 885–893.
17. S.V. Litvinov, L.I. Trush, E.N. Pischerenko, A.A. Avakov. Prediction of adhesive strength over a long period of time. New polymer composite materials. Materials of the XIII International scientific and practical conference dedicated to the memory of Honored Scientist of the Russian Federation and KBR, prof. Mikitaev A.K. 2017. Pp. 162–167.
18. S. Litvinov, A. Zhuravlev, S. Yazyev, S. Bajramukov. Forecasting the strength of an adhesive bond over a long period of time. Advances in Intelligent Systems and Computing. 2018. Vol. 692. Pp. 902–907.