

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2019, №6, Том 11 / 2019, No 6, Vol 11 <https://esj.today/issue-6-2019.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/06ECVN619.pdf>

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Бегичева С.В. Анализ детерминированных моделей размещения станций скорой помощи // Вестник Евразийской науки, 2019 №6, <https://esj.today/PDF/06ECVN619.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**For citation:**

Begicheva S.V. (2019). Analysis of deterministic ambulance location models. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 6(11). Available at: <https://esj.today/PDF/06ECVN619.pdf> (in Russian)

УДК 519.85

ГРНТИ 27.37.17

**Бегичева Светлана Викторовна**

ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет», Екатеринбург, Россия

Старший преподаватель

E-mail: [begichevas@mail.ru](mailto:begichevas@mail.ru)

РИНЦ: [http://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=668409](http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=668409)

## **Анализ детерминированных моделей размещения станций скорой помощи**

**Аннотация.** Основной целью оказания скорой медицинской помощи является улучшение состояния здоровья пациента. В качестве показателей, дающих представление об улучшении состояния больных, и при этом легко встраивающихся в математическую модель, часто используются временные параметры работы скорой медицинской помощи, такие как среднее время доезда бригады скорой помощи на вызов. Показателем, отражающим доступность услуг скорой медицинской помощи, в математических моделях размещения станций скорой помощи является охват территории обслуживания. Детерминированные модели размещения станций и подстанций скорой помощи, описанные в литературе, рассматривают варианты оптимизации (1) зон покрытия, которые могут быть обслужены каретами скорой помощи в течение заданного времени, (2) среднего времени доезда, (3) уровней выживаемости пациентов. К достоинствам детерминированных моделей можно отнести сравнительную простоту и высокую скорость реализации, недостатком является то, что они обеспечивают весьма оптимистичное приближение к реальной действительности, поскольку не учитывают вероятностный характер вызовов и предполагают постоянное наличие на станции нужного количества бригад скорой помощи. Однако многократные ссылки на них и частое использование в последующих исследованиях подчеркивают их важность для современной теории выбора местоположения станций скорой помощи. В статье проводится анализ и сравнение основных типов детерминированных моделей размещения станций скорой помощи. Автором представлена общая для описанных моделей формализация с использованием одинаковой целевой функции и одним и тем же набором ограничений, при том, что значения коэффициента в ограничениях каждой модели задается индивидуально.

**Ключевые слова:** детерминированные модели размещения; скорая медицинская помощь; модели покрытия; задача о р-медиане; модели выживаемости; функция выживаемости; математическое программирование

Первые научные исследования и практические разработки в сфере управления скорой помощью относятся к середине 1960-х годов. При разработке оптимальных решений для повышения эффективности использования ресурсов использовались методы математического программирования [1], теории массового обслуживания [2], имитационного моделирования [3], [4] и математической статистики [5], нечеткого моделирования [6], методов интеллектуального анализа данных [7; 8]. Одной из задач, решаемых методами математического моделирования, является задача местоположения объектов обслуживания (машин скорой помощи или отделений скорой помощи), которую можно охарактеризовать как задачу размещения объектов в заданном пространстве. Подходы к решению такой задачи используют четыре характеристики [9]:

1. клиенты (точки спроса), расположенные в узлах или на дугах;
2. объекты обслуживания, которые должны быть расположены в узлах;
3. область расположения всех клиентов и объектов;
4. метрика, задающая расстояние между узлами или время доезда от одного узла до другого. В некоторых исследованиях это может быть вероятность выживаемости пациента в зависимости от времени доезда от местоположения объекта обслуживания до точки спроса.

Отсутствие интегрированного критерия оценки качества работы скорой медицинской помощи (СМП) и специфика построения целевой функции при математической формализации задачи являются причиной того, что традиционно в качестве критериев оптимизации задач моделирования деятельности скорой помощи выступают показатели, позволяющие лишь неявно оценить улучшение состояния здоровья пациентов как результат оказания экстренной и скорой медицинской помощи населению. Так, целевая функция задачи математического моделирования представляет из себя функцию, зависящую от управляемых переменных, входящих в модель. Управляемые переменные должны быть либо количественно измеримы, либо иметь количественные аналоги. В качестве показателей, дающих представление об улучшении состояния больных и легко встраиваемых в математическую модель, часто используют временные параметры работы скорой медицинской помощи, например, среднее время доезда. В качестве показателя, дающего представление о доступности услуг скорой медицинской помощи, используется охват территории обслуживания. Выбор таких целей объясняется также следующими причинами:

- показатели являются легко измеримыми и наглядными для использования в отчетах о доступности и качестве скорой медицинской помощи;
- для многих систем скорой медицинской помощи типичным показателем эффективности является доля вызовов со своевременным доездом. Так, согласно Государственной программе Российской Федерации «Развитие здравоохранения»<sup>1</sup> ожидается, что к 2020 году за нормативное время 20 минут бригады будут приезжать на 90 % экстренных вызовов.

Изначально в фокусе таких исследований находились модели, не рассматривающие вероятностную природу входных показателей.

---

<sup>1</sup> Приказ Министерства здравоохранения Российской Федерации от 20 июня 2013 г. № 388н «Об утверждении порядка оказания скорой, в том числе скорой специализированной медицинской помощи» (в ред. Приказа Минздрава России от 22.01.2016 г. № 33н).

### Модели покрытия

Цель моделей покрытия состоит в формировании некоторого набора покрывающих зон, которые смогут быть обслужены каретами скорой помощи в течение заданного времени.

Toregas С. и др. в 1971 г. представили модель покрытия Location Set Covering Model (LSCM) [10]. LSCM минимизирует количество объектов необходимых для обслуживания всех точек спроса. В качестве ограничения модели покрытия рассматривают расстояние или время, характерные для оказываемой услуги. Все точки спроса, которые находятся в пределах порогового расстояния или времени, требуемого для оказания услуги, считаются обслуженными (т. е. «покрытыми»). Таким образом, при заданных двух множествах: (1) пункты для размещения объектов обслуживания и (2) точки спроса, модель покрытия классифицирует точки спроса на два типа – обслуженные и те, которые обслуженными не являются. Модель LSCM сводит к минимуму количество объектов, требуемых для обслуживания всех точек спроса. При этом, плотность населения, и, следовательно, потребность в услугах скорой помощи в каждой точке спроса не учитывается, что является причиной несбалансированности спроса на моделируемых объектах обслуживания. В результате количество объектов часто получается нереалистичным, выходящим за границы разумных ограничений и имеющихся ресурсов. Эта проблема впоследствии была учтена в последующих исследованиях.

Church R. и ReVelle С. [11] в 1974 г. предложили Maximal Covering Location Problem (MCLP), максимизирующую область покрытия, которую способны обслужить заданное количество объектов обслуживания, то есть, получив на входе количество объектов обслуживания, модель решает задачу наилучшего их размещения для покрытия потребности точек спроса. Приведем математическую формулировку модели MCLP. Пусть:  $m$  – количество точек спроса;  $n$  – количество возможных мест размещения объектов обслуживания;  $q$  – максимальное количество объектов обслуживания;  $d_i$  – спрос в точке  $i$ ;  $t_c$  – радиус обслуживания объекта в единицах времени;  $t_{ij}$  – время доезда от возможного места размещения  $j$  до точки спроса  $i$ ;  $t_d$  – время задержки перед выездом;

$$x_j = \begin{cases} 1, \text{ если выбрано место размещения } j \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, \text{ если точка спроса } i \text{ обслуживается} \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если точка спроса } i \text{ обслуживается объектом,} \\ \text{ размещенным в месте } j, \text{ т. е. } t_{ij} + t_d \leq t_c \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$\max \sum_{i=1}^m d_i y_i \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq y_i, i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq q, \quad (3)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$y_i \in \{0,1\}, i = 1, \dots, m \quad (5)$$

Целевая функция (1) максимизирует область покрытия. Ограничение (2) задает требование о том, что должно быть выбрано хотя бы одно место размещения объекта, обслуживающего точку спроса  $i$ , если точка спроса  $i$  обслуживается. Неравенство (3) ограничивает количество объектов обслуживания величиной  $q$ .

Как и LSCM модель MCLP исходит из предположения, что точка спроса обслуживается, если хотя бы один объект обслуживания достигает ее за заданное время, либо, если расстояние между точкой спроса и объектом обслуживания не превышает заданный лимит. Обе модели рассматриваются, в основном, как вариант для государственного сектора экономики, поскольку не учитывают затраты на размещение и функционирование объектов, однако многократные ссылки на них и частое использование в последующих исследованиях подчеркивает их важность для современной теории выбора месторасположения [12–15].

Ограничением применения MCLP в реальных условиях является отсутствие возможности учесть выбор диспетчером объекта обслуживания. Так диспетчеры, исходя из текущей ситуации, могут отклониться от требования отправить на обслуживание вызова ближайший объект. Еще одним ограничением при использовании этой модели, как и большинства детерминированных моделей покрытия, является пренебрежение проблемой возможной перегруженности системы и, как следствие, возможной недоступности объекта обслуживания.

### Задача о р-медиане

В то время как модели покрытия ориентированы на то, чтобы обеспечить обслуживанием точки спроса, не превысив определённый лимит времени, задача о р-медиане сфокусирована на минимизации среднего времени обслуживания или среднего времени доезда. Задача о р-медиане впервые была описана Nakimi S.L. в 1965 г. [16] и позже доработана ReVelle S. в 1971 г. в работе, посвященной оптимизации размещения транспортных узлов [17]. При моделировании местоположения объектов скорой помощи используются, как минимум, две модификации целевой функции задачи: без учета и с учетом потребности в скорой медицинской помощи в точках спроса. Приведем обе формулировки.

Пусть:  $m$  – количество точек спроса;  $n$  – количество возможных мест размещения объектов обслуживания;  $q$  – максимальное количество объектов обслуживания;  $d_i$  – спрос в  $i$ -той точке;  $t_{ij}$  – время доезда от возможного места размещения объекта обслуживания  $j$  до точки спроса  $i$ ;  $t_d$  – время задержки перед выездом;  $F$  – число точек спроса.

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{если выбрано место размещения } j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если точка спроса } i \text{ обслуживается объектом } j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (t_{ij} + t_d) y_{ij} \tag{6-1}$$

$$\min \sum_{i=1}^m d_i \sum_{j=1}^n (t_{ij} + t_d) y_{ij} \tag{6-2}$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ij} \leq F x_j, j = 1, \dots, n \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \geq 1, i = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq q, \quad (9)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \quad (10)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (11)$$

При условии использования целевой функции (6-1), в качестве решения будут предложены варианты размещения объектов скорой помощи, минимизирующие общее время обслуживания.

Целевая функция (6-2) сводит к минимуму взвешенное общее время обслуживания. В качестве весов выступают значения спроса в каждой  $i$ -той точке. Ограничение (7) отражает требование о том, что точки спроса могут обслуживаться только объектами обслуживания. За выполнение требования «Каждая точка спроса должна быть обслужена хотя бы одним объектом обслуживания» отвечает ограничение (8). Неравенство (9) ограничивает количество объектов обслуживания величиной  $q$ .

### Модель выживаемости

В последние годы появился отдельный класс исследований, фокусом которых стало не время доезда, а выживаемость больных. В исследовании 2008 г. Ergut E. и др. представили модель Maximal Survival Location Problem (MSLP) [18; 19] максимизирующую вероятность выживаемости пациентов после остановки сердца. В предложенной модели вероятность выживаемости представлена как монотонно убывающая экспоненциальная функция.

Приведем математическую формулировку модели. Пусть:  $m$  – количество точек спроса;  $n$  – количество возможных мест размещения объектов обслуживания;  $q$  – максимальное количество объектов обслуживания;  $d_i$  – спрос в точке  $i$ ;  $F$  – число точек спроса;  $S(t_{ij} + t_d)$  – функция выживаемости, аргументами которой являются  $t_{ij}$  – время доезда от возможного места размещения  $j$  до точки спроса  $i$  и  $t_d$  – время задержки перед выездом.

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{если выбрано место размещения } j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если точка спроса } i \text{ обслуживается объектом } j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\max \sum_{i=1}^m d_i \sum_{j=1}^n S(t_{ij} + t_d) y_{ij} \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ij} \leq F x_j, j = 1, \dots, n \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^m y_{ij} = 1, i = 1, \dots, m \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq q, \quad (15)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \quad (16)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (17)$$

Целевая функция (12) максимизирует общую вероятность выживания обратившихся пациентов. Ограничение (13) отражает требование о том, что точки спроса могут обслуживаться только объектами обслуживания. За выполнение требования «Каждая точка спроса должна быть обслужена одним объектом обслуживания» отвечает ограничение (14). Неравенство (15) ограничивает количество объектов обслуживания величиной  $q$ .

Обратим внимание на то, что модель MSLP и задача о  $p$ -медиане имеют одинаковую структуру. Основное отличие заключается в том, что в целевую функцию MSLP включен множитель  $S(t_{ij} + t_d)$  – функция выживаемости, которая зависит только от времени ожидания обслуживания пациентом. В исследовании Erkut E. и др. [18] сравнивается несколько функций выживаемости, включающих различные наборы факторов, таких как интервалы времени между остановкой сердца и сердечно-легочной реанимацией, между остановкой сердца и дефибрилляцией, между остановкой сердца и началом проведения расширенного комплекса реанимационных мероприятий и пр. Приведенный в работе сравнительный анализ методом Монте-Карло показывает, что наиболее важной компонентой из перечисленных является время ожидания, что подтвердили и вычислительные эксперименты по расчету оптимального размещения: результаты были одинаковы для всех тестируемых функций выживаемости.

### Сравнение детерминированных моделей

Модели MCLP, MSLP и задача о  $p$ -медиане могут быть записаны с использованием одинаковой целевой функции и одним и тем же набором ограничений (13)–(17), при том, что значение коэффициента  $H_{ij}$  для каждой модели индивидуально (таблица 1).

$$\max \sum_{i=1}^m d_i \sum_{j=1}^n H_{ij} y_{ij} \quad (18)$$

Таблица 1

Значения коэффициента  $H_{ij}$

Модель	$H_{ij}$
MCLP	$\begin{cases} 1, \text{ если } 0 \leq t_{ij} + t_d \leq t_c \\ 0, \text{ если } t_{ij} \geq t_c \end{cases}$
Задача о $p$ -медиане	$-(t_{ij} + t_d)$
MSLP	$S(t_{ij} + t_d)$

Все модели используют время ожидания в качестве параметра, влияющего на состояние здоровья пациента.

### Выводы

К достоинствам детерминированных моделей можно отнести сравнительную простоту и высокую скорость реализации. LSCM может оказаться полезной при стратегическом планировании, поскольку в качестве результата предлагает минимальное количество объектов обслуживания, требуемое для обеспечения полного охвата территории. Меняя значение параметра  $q$  с помощью MCLP можно провести сравнительный стоимостной анализ рассматриваемых вариантов размещения. Модель MCLP успешно была применена при планировании в г. Остин, штат Техас [20]. Несмотря на растущие потребности в услугах скорой помощи, среднее время ожидания было сокращено. При этом план оптимизации службы скорой помощи, разработанный на основе модели, позволил сэкономить городу 3,4 млн долларов.

Однако решения, полученные с использованием детерминированных LSCM, MCLP и MSLP обеспечивают весьма оптимистичное приближение к реальной действительности, поскольку дают неплохой результат только в том случае, если каждый раз при вызове гарантированно будет доступна машина скорой помощи. При этом в реальных ситуациях неопределенность существует не только при определении соответствия мощностей станции потребностям в услугах скорой помощи, но и при оценке других параметров деятельности станций СМП.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бутузова А.В. Математическое моделирование и алгоритмизация задач управления службой скорой медицинской помощи: Автореф. дис. ... канд. технич. наук: 05.13.18; [Место защиты: Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева]. – Казань, 2009. – 24 с.
2. Koole G., Mandelbaum A. Queueing models of call centers: an introduction // *Annals of Operations Research*, 2002, № 113, pp. 41–59.
3. Aboueljiane L., Sahin E., Jemai Z. A review on simulation models applied to emergency medical service operations // *Computers and Industrial Engineering*, 2013, № 66, pp. 734–750.
4. Балыкина Ю., Лежнина Е., Шавидзе Г. Перераспределение ресурсов скорой помощи г. Санкт-Петербург с использованием методов имитационного моделирования. В книге: *Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics / Конструктивный негладкий анализ и смежные вопросы Тезисы докладов международной конференции, посвященной памяти профессора В.Ф. Демьянова*. 2017. С. 101–104.
5. Быков Ф.Л., Гордин В.А. О прогнозе числа вызовов службы "Скорая помощь" с учетом метеорологических факторов на примере города Москва. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.hse.ru/data/2014/12/30/1103651686/Доклад12дек2014.doc>.
6. Дзюба, Т.А., Розенберг, И.Н. Оптимизация размещения центров скорой помощи с учетом нечетких данных // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2001. №4. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/optimizatsiya-razmescheniya-tsentrov-skoroy-pomoschi-s-uchetom-nechetkih-dannyh>.
7. Димитрова Л.К., Голубева О.А. Прогнозирование частоты вызовов скорой помощи на основе интеллектуального анализа данных [Текст] // *Технические науки: проблемы и перспективы: материалы III Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, июль 2015 г.)*. – СПб.: Свое издательство, 2015. – С. 9–16. – URL <https://moluch.ru/conf/tech/archive/126/8518/> (дата обращения: 20.07.2018).
8. Абдуллаев Х.Т. Алгоритм задачи рационального размещения сети подстанции скорой медицинской помощи (СМП) в городах. Актуальные научные разработки – 2012 [http://www.rusnauka.com/3\\_ANR\\_2012/Matemathics/4\\_99595.doc.htm](http://www.rusnauka.com/3_ANR_2012/Matemathics/4_99595.doc.htm).
9. ReVelle C.S., Eiselt H.A. Location Analysis: A synthesis and survey // *European Journal of Operational Research*, 2005, № 165 (1), pp. 1–19.
10. Toregas C., Swain R., ReVelle C., Bergman L. The location of emergency service facilities. *Operations Research*, 1971, № 19(6), pp. 1363–1373.

11. Church R., ReVelle C. The maximal covering location problem // *Papers in Regional Science*, 1974, № 32(1), pp. 101–118.
12. Gendreau M., Laporte G., Semet F. The maximal expected coverage relocation problem for emergency vehicles // *Journal of the Operational Research Society*, 2006, № 57(1), pp. 22–28.
13. Hogan K., ReVelle C. Concepts and applications of backup coverage. *Management Science*, 1986, № 32, pp. 1434–1444.
14. ReVelle C., Hogan K. A reliability-constrained siting model with local estimates of busy fractions // *Environment and Planning B: Planning and Design* 1998, № 15(2), pp. 143–152.
15. Harewood S. Emergency ambulance deployment in Barbados: A multiobjective approach // *Journal of the Operational Research Society*, 1983, № 53(2), pp. 185–192.
16. Hakimi S.L. Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems. *Operations Research*, 1965, № 13, pp. 462–475.
17. ReVelle C.S. Central facilities location // *Geographical Analysis*, 1970, pp. 30–42.
18. Erkut E., Ingolfsson A., Erdogan G. Ambulance location for maximum survival. *Naval Research Logistics*, 2008, № 55(1): pp. 42–58.
19. Erdogan G., Erkut E., Ingolfsson A., Laporte G. Scheduling ambulance crews for maximum coverage // *Journal of the Operational Research Society*, 2010, № 61(4), pp. 543–550.
20. Eaton, D.J., Daskin, M.S., Simmons, D., Bulloch, B., and Jansma, G. Determining emergency medical service vehicle deployment in Austin, Texas // *Interfaces*, 1985, № 15(1), pp. 96–108.

**Begicheva Svetlana Viktorovna**  
Ural state university of economics, Ekaterinburg, Russia  
E-mail: [begichevas@mail.ru](mailto:begichevas@mail.ru)

## Analysis of deterministic ambulance location models

**Abstract.** The main objective of emergency medical care is to improve the patient's health status. As indicators that give an idea of the improvement in the condition of patients, and at the same time easily integrate into the mathematical model, temporary parameters of the emergency medical service, such as the average time of the ambulance's arrival to the call, are often used. An indicator reflecting the availability of ambulance services in mathematical models for the location of ambulance stations is the coverage of the service area. The deterministic location models of ambulance stations and substations described in the literature consider optimization options for (1) coverage areas that can be served by ambulances for a given time, (2) average travel time, (3) patient survival rates. The advantages of deterministic models include comparative simplicity and high speed of implementation, the disadvantage is that they provide a very optimistic approximation to reality, since they do not take into account the probabilistic nature of calls and assume that the required number of ambulance crews is always available. However, repeated references to them and their frequent use in subsequent studies emphasize their importance for the modern theory of location of ambulance stations. The article analyzes and compares the main types of deterministic location models of ambulance stations. The author presents a formalization common to the described models using the same objective function and the same set of constraints, despite the fact that the coefficient values in the constraints of each model are set individually.

**Keywords:** deterministic location models; ambulance; covering models; p-median problem; survival models; survival function; mathematical programming