Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal https://esj.today

2019, №5, Том 11 / 2019, No 5, Vol 11 https://esj.today/issue-5-2019.html

URL статьи: https://esj.today/PDF/08ITVN519.pdf

Ссылка для цитирования этой статьи:
Баенова Г.М., Кинтонова А.Ж. Моделирование геометрических структур с граничными условиями // Вестник Евразийской науки, 2019 №5, https://esj.today/PDF/08ITVN519.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

For citation:
Baenova G.M., Kintonova A.Zh. (2019). Modeling geometric structures with boundary conditions. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 5(11). Available at: https://esj.today/PDF/08ITVN519.pdf (in Russian)

УДК 004.92

ГРНТИ 50.41.25

Баенова Гульмира Мусаевна
Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Старший преподаватель кафедры «Вычислительной техники»
E-mail: gulmmira@yandex.ru

Кинтонова Алия Жексембаевна
Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
И.о. доцента кафедры «Информатики и информационной безопасности»
Кандидат технических наук
E-mail: aliya_kint@mail.ru

Моделирование геометрических структур с граничными условиями

Аннотация. Методы моделирования применяются во всех сферах человеческой деятельности и помогают получить углубленное понимание и представление о реальных объектах и процессах, которые являются сложными или в плане масштаба недоступными (наноскопические или макроскопические объекты и процессы). Математические модели представляют собой широкий класс моделей и являются физическим подобием материального мира. Возможность моделирования сложных физических объектов и процессов очень быстро развивается благодаря увеличению вычислительных мощностей, разработкам методологии проектирования объектов и программным инструментам. Многие методы реализованы в программных системах и используются врачами для анализа нежесткого движения и оценки параметров движения, связанных с отклонениями в сердце для определения профпригодности спортсменов. В данной статье рассмотрены основные проблемы моделирования сложных геометрических структур и применение технологий компьютерной графики для моделирования жестких и негибких объектов и их взаимодействия с окружающей средой. Основные проблемы, связанные с моделированием объектов, включают в себя эффективность моделирования требуемых свойств, геометрических зависимостей, сложность модели и параметров движения движущихся объектов. Рассмотрен метод определения деформации геометрического объекта путем использования нескольких ограничений состояния объекта, который решает проблемы преодоления небольшого числа степеней свободы, связанных с деформациями материала объекта.

Также в статье рассмотрены известные методы анимации объектов, такие как: ключевые кадры, параметрическая интерполяция, кинематика, обратная кинематика, ограничения и системы создания сценариев. Для решения движения нежесткой конструкции, была получена

модель, представленная в виде дифференциальных уравнений, динамически вычисляющих деформацию объекта и состояние ограничивающей системы.

Ключевые слова: моделирование; компьютерная графика; динамические модели; нежесткие объекты; сплайны; кинематика; двухточечные ограничения

Введение

Физическое моделирование – это междисциплинарная область, включающая в себя элементы прикладных наук: математики, численного анализа, вычислительной физики, компьютерной графики, компьютерного зрения, разработки программного обеспечения.

Цели физического моделирования отличаются от прямых сфер физики и математики, а вычислительная физика и компьютерная графика являются ее прикладными инструментами. Ее основной целью является разработка методов проектирования, построения и управления вычислительными моделями разнородных физических систем объектов [1].

Термин физическое моделирование стал всеобъемлющим термином для множества методов, которые разделяют подход определения физических принципов для поведения их моделей. Физическая модель – это математическое представление объекта (или его поведения), которое включает в себя физические характеристики, такие как сила, крутящий момент и энергия, с возможностью численного моделирования его поведения.

В компьютерном зрении физическое моделирование используется для обозначения двух подходов. В первом подходе формирование изображения осуществляется для того, чтобы связать реальный трехмерный мир с изображениями, которые подаются на вход в систему компьютерного зрения. Второй подход использует принципы физики для формирования абстракции мира. Поверхность модели состоит из моделируемых упругих материалов, которые деформируются в ответ на приложенные усилия.

За определенный исторический период был достигнут прогресс в моделировании свойств поверхностей, освещения и мониторов для использования таких явлений, как цвет, затенение, подсветка, поляризация и взаимное отражение для интерпретации изображения. Физические модели привели к новым алгоритмам сегментирования изображений и восстановления свойств поверхностей, таких как форма, спектральная отражательная способность и материал [2–6]. К примеру, динамическая эволюция модели может быть описана в виде дифференциальных уравнений, которые могут быть решены численно для оценки формы и параметров движения движущегося объекта.

Эта новая парадигма направлена на создание абстракций и математических представлений объектов, которые движутся, и их форма меняется со временем. Свойства геометрических зависимостей, механические свойства объектов, параметры, описывающие форму объекта, и управление их движением включены в одну и ту же концептуальную структуру.

По мере развития компьютерной графики стал увеличиваться спрос на сложные физические модели. Предыдущие модели часто были особого назначения, неясными и сложными для применения. Уделялось мало внимания методологии проектирования. Кроме того, требуется моделировать нежесткие объекты и их взаимодействие с физическим миром, а также реалистично анимировать движения суставных объектов с возможно деформации частей.

Основные проблемы, связанные с моделированием объектов, включают в себя эффективность моделирования требуемых свойств, сложность модели и ее вычислительные затраты. Математические представления твердых объектов хорошо описаны в литературе по компьютерной графике.

Хотя эти представления особенно полезны для моделирования стационарных, жестких объектов, формы которых не изменяются со временем, они часто неудобны для моделирования движущихся объектов и, тем более для природных объектов.

Даже при использовании сплайновых участков для представления свободных форм складок, они рассматриваются как чисто геометрические объекты, что подчеркивает их физическую основу [7]. К примеру, ранее для анимации мягких объектов, их представляли в виде изоповерхности в трехмерном скалярном поле с набором контрольных точек. Однако динамика контрольных точек не точно описывает динамику деформации материала, из-за чего анимация выглядела несколько неестественно. Тем не менее, физическое моделирование использовалось для моделирования волн, турбулентности, облаков, местности, тканей, кожи и деформируемых кривых, поверхностей и твердых примитивов, с упругим или неупругим поведением [8].

1. Динамическое моделирование нежестких объектов

Одним из наиболее сложных аспектов в компьютерной анимации является контроль параметров объекта, таких как положение, ориентация и траектория движения. По мере изменения параметров с течением времени, изменяются соответствующие атрибуты объекта для создания анимации. Используемые в настоящее время методы анимации включают: ключевые кадры, параметрическую интерполяцию, кинематику, обратную кинематику, динамическую анимацию, ограничения, моделирование и системы создания сценариев [9; 10].

Хорошо известным методом определения движения геометрического объекта для компьютерной анимации является создание ключевых кадров [11]. Технология ключевых кадров является продолжением техники анимации ячеек, в которых границы объекта преобразуется со временем путем чередования точек на чертеже между заданными позициями ключевых точек в последовательности ключевых кадров.

Ключевые кадры могут быть подходящими для движений моделей, которые не являются слишком сложными или не должны иметь слишком большого сходства с реальностью.

В параметрической интерполяции пользователь интерактивно задает значения параметров объекта в определенные моменты времени. Затем с помощью некоторого правила интерполяции вычисляются форма и положение объекта для промежуточных экземпляров. Движение объекта по заданной траектории, например, может быть достигнуто с помощью параметрической интерполяции. Поскольку количество требуемых параметров может легко возрастать до сотен, взаимодействие между параметрами может стать неуправляемым.

Путем задания начальной позиции и функции времени определяется изменение параметров. Этот способ называется кинематикой, поскольку движение объекта управляется функциями положения, скорости или ускорения [12].

Обратная кинематика используется для управления полнотой движения людей и животных [13]. Обратная кинематика относится к позиционированию соединяемой конструкции путем определения целевого положения конечного эффектора и определения положений и ориентаций промежуточных соединений звена.

При описании процесса, включающего взаимодействия объектов или отношения параметров, которые не могут быть предварительно вычислены, необходим также подход моделирования. Динамический характер процесса имитации системы позволяет моделировать и анимировать очень общие модели.

Такой метод как система создания сценариев – это язык программирования, с помощью которого можно вызывать произвольные изменения переменных программы. Изменения параметров задаются временем или временными отношениями, а затем публикуются в списке событий для выполнения в стиле моделирования.

2. Решение задачи представления геометрических объектов, основанное на ограничениях

Физическое моделирование облегчает создание сложных форм и реалистичных движений, добавляет новые уровни представления объектов; воплощает физические законы и автоматически синхронизирует сложные движения, для создания требуемой анимации.

Упрощенные динамические модели создаются путем моделирования нежестких объектов с использованием глобальных деформаций с относительно небольшим числом степеней свободы. Глобальная деформация – это математическая функция, которая отображает пространство на саму себя, присваивая новые, деформированные координаты каждой точке недействующего пространства. Можно усилить глобальные деформации путем вложения массы в пространство, где действует деформация и добавляя энергию для получения упругого либо объемного поведения.

Глобальные деформации являются линейными функциями состояния системы и могут быть записаны в виде

$$x_i = R_{ij} p_j \tag{1}$$

где x – точка мирового пространства, компоненты матрицы R – обобщенные координаты, а p – функция координаты недеформированной точки, но не от R или от времени. Индекс i обозначает координаты точки (x_1, x_2, x_3). Хотя деформации этой формы являются линейными в состоянии R, p может нелинейно зависеть от недеформированных координат, как в уравнении второго порядка

$$p(x, y, z) = (1, x, y, z, xy, xz, yz, x^2, y^2, z^2) \tag{2}$$

Простая линейная деформация, описывающая деформацию тела, подвергается аффинным преобразованиям – перемещению, вращению, растяжению и сдвигу – имеет вид

$$p(x, y, z) = [x, y, z, 1]^T \text{ и}$$

$$R = \begin{bmatrix} n_{11} n_{12} n_{13} t_1 \\ n_{21} n_{22} n_{23} t_2 \\ n_{31} n_{32} n_{33} t_3 \end{bmatrix}$$

Подматрица N 3x3 является обычной матрицей трехмерного преобразования, а T – вектором трансляции. Если представить облако фиксированных точек, каждая из которых имеет массу m, и все они будут подвергаться глобальной деформации, то изменение параметров деформации приведет к перемещению деформированных точек. Таким образом, можно связать смещение массы (изменение кинетической энергии) с изменением параметра. При заданной скорости точки $\dot{x}_i = \dot{R}_{ij} \dot{p}_j$, кинетическая энергия модели равна

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}_i \dot{x}_i = \frac{1}{2} \dot{R}_{ij} \dot{R}_{ik} M_{jk} \tag{3}$$

где M – постоянная симметричной матрицы, обозначающая $M_{jk} = m p_j p_k$.

Для достижения упругого поведения, определим энергетическую функцию $V_e = K_e\left|n_{ij}n_{ik} - \delta_{jk}\right|^2$, где K_e – постоянная жесткости, минимум которой лежит в недеформированном состоянии и δ дельта Кронекера, определяемая как $\delta_{ij} = 1$, если $i = j$, и ноль если иначе. Справедливость утверждения может быть подтверждена следующими наблюдениями. Квадратная величина преобразованного вектора x_j есть $n_{ij}n_{ik}x_jx_k$, которая равна квадратной величине x для всех x именно тогда, когда N является ортогональной. Аффинное преобразование находится в своем недеформированном состоянии только тогда, когда подматрица N является ортогональной матрицей, то есть $n_{ij}n_{ik} = \delta_{jk}$.

Для сохранения объемного поведения, при котором тело, растянутое вдоль одного измерения, должно сгибаться вдоль другого, применяется энергетическая функция $V_c = K_c|\det(N) - 1|^2$, где K_c – постоянная жесткости. Это верно, потому что аффинное преобразование сохраняет объем именно тогда, когда $\det(N) = 1$. Силы, связанные с этими энергетическими переменными, задаются градиентами определенных функций.

Потенциальная энергия V, представляет собой силу $\left(-\left(\frac{\partial V}{\partial q}\right)\right)$, которая относится к обобщенной силе Q, следовательно, к Лагранжу $L = T$. Обобщенные координаты, описывающие геометрические степени свободы системы, являются компонентами матрицы R. Для получения уравнений движения Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{R}_{TS}} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ir}\delta_{js}\dot{R}_{ik} + \delta_{ir}\delta_{ks}\dot{R}_{ij}\right)M_{jk} \tag{4}$$

Используя тождество $a_{ij}\delta_{ij} = a_j$, а также симметрию M, получаем $\frac{\partial L}{\partial \dot{R}_{TS}} = \dot{R}_{rk}M_{ks}$, из которых следует, что $\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{R}_{rs}}\right) = \ddot{R}_{rk}M_{ks}$, а также, что $\frac{\partial L}{\partial \dot{R}_{rs}} = 0$.

Комбинируя вышесказанное, уравнения, которые управляют изменением значения обобщенных координат в результате приложения внешних сил, являются: $\ddot{R}_{ij}M_{jk} - Q_{ik} = 0$, и поскольку M является постоянным, то его обратная W может быть предварительно вычислена, давая

$$\ddot{R}_{ij} = Q_{ik}W_{kj} \tag{5}$$

где обобщенная сила Q вследствие силы f, приложенной в точке x мирового пространства, является

$$Q_{ik} = f_r\frac{\partial x_r}{\partial R_{ik}} = f_r\delta_{ri}\delta_{jk}p_j = f_ip_k\ .$$

Уравнение (5) относится ко всей системе. В системе, состоящей из более чем одного объекта, глобальный вектор состояния формируется путем объединения векторов состояния каждого объекта. На физическую систему, состояние которой описывается вектором q, можно наложить голономное ограничение, согласующееся с ограничением, которое удовлетворяет уравнению $c(q, t) = 0$.

Если одновременно должно быть выполнено несколько ограничений, то c является вектором ограничений. Основное предположение состоит в том, что если система начинается в допустимом состоянии c $c(q, t) = 0$ и $\dot{c}(q, t) = 0$, то требование $\ddot{c}(q, t) = 0$, является достаточным, чтобы удерживать ограничения в силе. Дифференциальными уравнениями, управляющими движением ограниченной системы, являются:

$$\ddot{q}_j = W_{jk}(F_k + Q_k) \tag{6}$$

08ITVN519
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

где Q – известная приложенная сила, а F – сдерживающая сила. Поскольку $\ddot{q}$ зависит от силы, то проблема вычисления ограничивающей силы F, состоит в замедлении допустимого подпространства. Данный метод аналогичен методу стабилизации ограничений:

Во-первых, вектор $\ddot{c}$ является функцией $\ddot{q}$

$$\ddot{c}_i = \frac{\partial c_i}{\partial q_j}\ddot{q}_j + \frac{\partial \dot{c}_i}{\partial q_j}\dot{q}_j + \frac{\partial^2 c_i}{\partial^2 t} \tag{7}$$

где $\frac{\partial \dot{c}_i}{\partial q_j} = \frac{\partial^2 c_i}{\partial q_j \partial q_k}\dot{q}_k$.

Таким образом, сила ограничения не должна добавлять или удалять энергию из системы в соответствии с принципом виртуальной работы $F_j = \lambda_i \frac{\partial c_i}{\partial q_j}$, где λ – известны как множители Лагранжа.

Подставляя (6) в (7), требующее $\ddot{c} = 0$, получим

$$-\left[\frac{\partial c_i}{\partial q_j} W_{jk} \frac{\partial c_r}{\partial q_j}\right]\lambda_r = \frac{\partial c_i}{\partial q_j} W_{jk} Q_k + \frac{\partial \dot{c}_i}{\partial q_j}\dot{q}_j + \frac{\partial^2 c_i}{\partial^2 t} \tag{8}$$

Ограничения реализуются путем решения (8) для λ и последующего использования λ для вычисления F. На практике F и дополнительный член обратной связи добавляются к прикладным силам для вычисления допустимых ускорений.

Заключение

Таким образом, чтобы представить сложные нежесткие объекты, можно использовать двухточечные ограничения. Соединение между частями, вокруг которых тела могут свободно перемещаться, абстрагируется как точечное ограничение, которое требует, чтобы две точки (по одной от каждого объекта) совпадали в пространстве.

Для решения движения нежесткой конструкции необходимо определить цель действия и динамически вычислять движение. В случае атомного поведения и неподвижности цели, строится сегмент сплайна, где начальное положение и скорость цепного действия являются начальными условиями, а скорость и положение цели являются конечными условиями. Если цель также подвижна, то ее положение и скорость в момент контакта вычисляются на основе текущих значений, а сплайн к расчетной точке строится и обновляется только при изменении ситуации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баенова Г.М., Жумадиллаева А.К. Системы и программы моделирования. World and Science: Problem and Innovations. Сборник статей XVI международной научно-практической конференции. Ч.1. – Пенза: МЦНС «Наука и просвещение». – 2017. – с. 104–107.

2. Mettänen M., Melin J., Ihalainen H. Photometric stereo system for detailed analysis of material surfaces. XXI IMEKO World Congress “Measurement in Research and Industry” August 30 – September 4, 2015, Prague, Czech Republic. Режим доступа: https://pdfs.semanticscholar.org/7521/1c5eef6677888d5664d4d80d1c4112e30869.pdf, свободный, яз. англ.

3. Tozza S., Mecca R., Duocastella M., Del Bue A. Direct differential Photometric Stereo shape recovery of diffuse and specular surfaces. – 2016. – 17 p. Режим доступа: https://core.ac.uk/download/pdf/35280546.pdf, свободный, яз. англ.
4. Jacobson A., Tosun E., Sorkine O., Zorin D. Mixed Finite Elements for Variational Surface Modeling. Eurographics Symposium on Geometry Processing 2010 V. 29 (2010), N. 5. Режим доступа: https://cims.nyu.edu/gcl/papers/jacobson2010mfe.pdf, свободный, яз. англ.
5. Khan H.A., Thomas J.-B., Hardeberg J.Y. Analytical Survey of Highlight Detection in Color and Spectral Images. Режим доступа: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01672528/document, свободный, яз. англ.
6. Elbalaoui A., Fakir M., Idrissi N., Marboha A. Review of Color Image Segmentation. IJACSA Special Issue on Selected Papers from Third international symposium on Automatic Amazigh processing. Режим доступа: https://thesai.org/Downloads/SpecialIssueNo6/Paper_4-Review_of_Color_Image_Segmentation.pdf, свободный, яз. англ.
7. Gallier J. Curves and Surfaces in Geometric Modeling: Theory and Algorithms. – 2008. Режим доступа: https://www.cis.upenn.edu/~jean/tabcont.pdf, свободный, яз. англ.
8. Liu A., Dong Z., Hašan M., Marschner S. Simulating the structure and texture of solid wood. ACM Trans. Graph. 35, 6, Article 170 (November 2016), 11 pages. DOI = 10.1145/2980179.2980255 http://doi.acm.org/10.1145/2980179.2980255. Режим доступа: http://www.cs.cornell.edu/projects/wood/simulating_the_structure_and_texture_of_solid_wood.pdf, свободный, яз. англ.
9. Шикин Е.В., Боресков А.В. Компьютерная графика. – М.: Диалог-МИФИ, 2003.
10. Никулин Е. Компьютерная графика. Модели и алгоритмы. Учебное пособие. Изд-во Лань, – 2018. – 708 стр.
11. Izani M., Rafi A., Razak A., Norzaiha. Keyframe animation and motion capture for creating animation: a survey and perception from industry people. Student conference on research and development (SCOReD) 2003. Proceedings, Putrajaya, Malaysia, pp. 154–159.
12. Malu S., Majumdar J. Kinematics, Localization and Control of Differential Drive Mobile Robot Global Journal of Researches in Engineering. Robotics & Nano-Tech V. 14, Issue 1, Version 1.0. – 2014. Режим доступа: https://globaljournals.org/GJRE_Volume14/1-Kinematics-Localization-and-Control.pdf, свободный, яз. англ.
13. Aristidou A., Chrysanthou Y., Lasenby J., Shamir A. Inverse Kinematics Techniques in Computer Graphics: A Survey. Computer Graphics Forum 37(6), September 2018, pp. 35–58. Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/321380865_Inverse_Kinematics_Techniques_in_Computer_Graphics_A_Survey, свободный, яз. англ.

Baenova Gulmira Musaevna
L.N. Gumilyov Eurasian national university, Nur-Sultan, Kazakhstan
E-mail: gulmmira@yandex.ru

Kintonova Aliya Zheksembaevna
L.N. Gumilyov Eurasian national university, Nur-Sultan, Kazakhstan
E-mail: aliya_kint@mail.ru

Modeling geometric structures with boundary conditions

Abstract. Modeling methods are applied in all spheres of human activity and help to gain an in-depth understanding and imaging of real objects and processes that are complex or inaccessible in terms of scale (nanoscopic or macroscopic objects and processes). Mathematical models represent a wide class of models and are a physical likeness of the material world. The ability to model complex physical objects and processes is developing very quickly thanks to an increase in computing power, the development of an object design methodology and software tools. Many methods are implemented in software systems and are used by doctors to analyze non-rigid movement and evaluate movement parameters associated with deviations in the heart to determine the fitness of athletes. This article discusses the main problems of modeling complex geometric structures and the use of computer graphics technologies for modeling rigid and inflexible objects and their interaction with the environment. The main problems associated with modeling objects include the effectiveness of modeling the required properties, geometric dependencies, the complexity of the model and the parameters of motion of moving objects. A method for determining the deformation of a geometric object by using several limitations of the state of the object, which solves the problems of overcoming a small number of degrees of freedom associated with deformations of the material of the object, is considered.

The article also discusses well-known methods of animating objects, such as: key frames, parametric interpolation, kinematics, inverse kinematics, constraints, and scripting systems. To solve the motion of a non-rigid structure, a model was obtained that is presented in the form of differential equations that dynamically calculate the deformation of the object and the state of the bounding system.

Keywords: modeling; computer graphics; dynamic models; non-rigid objects; splines; kinematics; two-point constraints