

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2023, Том 15, № 4 / 2023, Vol. 15, Iss. 4 <https://esj.today/issue-4-2023.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/21SAVN423.pdf>

2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки)

2.1.5. Строительные материалы и изделия (технические науки)

2.1.9. Строительная механика (технические науки)

Ссылка для цитирования этой статьи:

Ряжских, Б. Е. Методы конечно-элементного моделирования и расчета несущей способности двухслойных железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне на примере программного комплекса ЛИРА-САПР / Б. Е. Ряжских, М. М. Джавид // Вестник евразийской науки. — 2023. — Т. 15. — № 4. — URL: <https://esj.today/PDF/21SAVN423.pdf>

For citation:

Riazhsikh B.E., Javid M.M. Methods of finite element modeling and calculation of the bearing capacity of two-layer reinforced concrete beams with high-strength concrete in a compressed zone on the example of LIRA-SAPR software. *The Eurasian Scientific Journal*. 2023; 15(4): 21SAVN423. Available at: <https://esj.today/PDF/21SAVN423.pdf>. (In Russ., abstract in Eng.)

УДК 624.048:624.046.2:691.328.1

Ряжских Борис Евгеньевич

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», Воронеж, Россия
Инженер-конструктор
E-mail: Boris_ryazhsikh@mail.ru

Джавид Мохаммад Мехди

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», Воронеж, Россия
Инженер-конструктор
Кандидат технических наук
E-mail: Jvd_mm@mail.ru

Методы конечно-элементного моделирования и расчета несущей способности двухслойных железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне на примере программного комплекса ЛИРА-САПР

Аннотация. В статье рассмотрены два метода конечно-элементного моделирования двухслойных железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне в программном комплексе Лира-САПР: с применением стержневой модели и с применением объемных конечных элементов. В обоих случаях расчет выполнялся с учетом физической и геометрической нелинейности. Характеристики материалов принимались по результатам испытаний образцов арматуры и бетона, а диаграммы работы материалов приняты в соответствии с действующими российскими нормами. Нагрузка на балки прикладывалась равными долями. В ходе нагружения фиксировались прогибы, относительные деформации, момент трещинообразования и высота сжатой зоны. Интерпретация результатов производилась на основании испытаний образцов железобетонных балок, имеющих различное продольное армирование на чистый изгиб. В результате, стержневая конечно-элементная модель в качестве метода расчета двухслойных балок показала себя неудовлетворительно. Значения предельных моментов сильно отличаются от полученных в ходе испытаний. Причем эти отличия могут быть как в одну, так и в другую сторону, и в ряде случаев достигают 22 % от фактических. Значения же прогибов во всех расчетах были заниженными. Результаты расчетов с

применением объемных конечных элементов с большой степенью точности совпали с результатами, полученными в ходе натурных испытаний. Наибольшее отклонение предельного момента по расчету в Лира-САПР от экспериментального составило 6,4 % для одной из балок. В остальных же случаях точность расчета находится в пределах погрешности. Характер разрушения балок соответствует результатам испытаний. Отклонение величины прогибов от фактических не превысили 14,42 %. Законы деформирования принятые при описании поведения материалов многослойной балки позволяют получить результаты расчета с достаточно высокой точностью.

Ключевые слова: двухслойные балки; высокопрочный бетон; физическая нелинейность материала; диаграмма работы бетона; объемные конечные элементы; метод конечных элементов; железобетонные балки; геометрическая нелинейность

Введение

В настоящее время бурного развития науки и техники в строительной отрасли также происходят существенные перемены. Создаются новые строительные материалы и технологии, которые позволяют возводить уникальные здания и сооружения. Потребность в таких сооружениях в промышленности, гражданской и жилищной отрасли строительства возрастает, что следует из увеличения числа таких сооружений во многих странах мира. Для реализации современных тенденций требуется решение многих возникающих перед инженерами проблем.

В последние годы предлагается использовать железобетонные изгибаемые элементы с высокопрочным бетоном в сжатой зоне. Этому способствуют новейшие научные разработки технологии изготовления и применения бетонов высоких и сверх высоких классов по прочности.

Использование железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне позволяет без снижения несущей способности значительно уменьшить габаритные размеры конструкций, их собственный вес, а в ряде случаев и трудоемкость изготовления, приводя при этом к снижению себестоимости сооружений.

Сочетание функциональности, технологичности и низкой себестоимости обеспечивает железобетонным балкам с высокопрочным бетоном в сжатой зоне широкую перспективу применения в строительной отрасли.

Однако проектирование и расчет такого вида конструкций может вызвать некоторые сложности. Это связано в первую очередь с тем, что современные действующие нормативные документы не предоставляют необходимой методики расчета, а количество литературы на эту тему недостаточно. Одними из основоположников исследований двухслойных железобетонных балок стали Рыбаков Ю.Д. и Исаков И. В своей работе [1] они исследовали поведение железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне, а также предложили применять бетон армированный неметаллической фиброй для улучшения характеристик балок.

Поиском аналитического решения двухслойных балок занимались такие авторы как Шнабл С., Сайе М., Турк Г., Планинк И. в работе [2]. Авторы пришли к выводу, что в расчетах следует учитывать податливость соединения верхнего и нижнего слоя балок. При этом рассматривалась исключительно работа балок в геометрически и физически линейной постановке.

Другие исследования на тему имеющихся аналитических методик расчета представленных в литературе приведены в работе [3].

Рядом зарубежных ученых проводились исследования несущей способности двухслойных балок на основании экспериментов. В исследованиях Нематзадеха М. и Фалла-Валуколая С. [4] проводился сравнительный анализ результатов испытаний двухслойных балок с применением фибробетона армированных стальными и стеклопластиковыми арматурными стержнями. Результаты показали, что применение двухслойных балок увеличивает несущую способность до 24,5 %. При этом добавление стальных фибр не только в верхний слой бетона, но и в нижний также оказывает положительное влияние на работу балок.

В работе Траст Года Д.А., Оруму С.Т. и Перезимо О.Е. [5] выполнены испытания двухслойных железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне и обычным бетоном в растянутой зоне, а также балок с высокопрочным бетоном в растянутой зоне и обычным — в сжатой. При этом были также рассмотрены различные толщины слоев. Результаты сравнивались с контрольной железобетонной балкой, выполненной полностью из высокопрочного бетона. При этом несущая способность контрольных балок была выше двухслойных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне лишь на 3,4 % при существенной экономии.

Отдельного внимания заслуживает работа Исхакова И., Рыбакова Ю.Д., Холшемахера К. и Кезеберга С. [6], в которой производились испытания преднапряженных двухслойных балок натуральной величины (8 метров) на чистый изгиб. Значения деформаций и несущей способности сравнивались с результатами, полученными при испытании аналогичных балок без разделения на слои. В работе были подтверждены результаты, полученные ранее при испытании балок уменьшенного размера, а также доказано, что применение двухслойных конструкций позволяет увеличить несущую способность балок на 30 %. При этом результаты всех исследований показали, что при соблюдении должной технологии изготовления, расслоение балок во время их нагружения не происходит.

В исследовании [7] авторами были получены экспериментальные данные позволяющие говорить о том, что применение двухслойных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне эффективно в том числе в многопролетных неразрезных конструкциях.

Имеется ряд немногочисленных зарубежных исследований двухслойных железобетонных балок с применением метода конечных элементов. Кхай Лам Т.К., Дунг До Т.М. и др. в работах [8–10] выполняли моделирование балок в программном комплексе ANSYS в линейной и физически-нелинейной постановке. Результаты компьютерного анализа сравнивались с результатами натуральных испытаний. В качестве основной предполагаемой области применения двухслойных балок рассматривалось усиление существующих балок путем наращивания их высоты слоем фибробетона, что подразумевает что на момент заливки верхнего слоя нижний уже наберет полную прочность.

Бу Д.Т., Король Е.А., Кустикова Ю.О., Нгуэн Х.Х. [11] производили конечно-элементный анализ трехслойных железобетонных балок со средним слоем из легкого бетона в ANSYS с учетом физической нелинейности материалов. Результаты моделирования сравнивались с аналитическим решением.

В работе Куин Р., Жоу А., Лау Д. [12] описывается подход к конечно-элементному моделированию фибробетонных балок в ABAQUS, выполнен сравнительный анализ полученных результатов с результатами натуральных испытаний.

Следует отметить, что исследования посвященные анализу работы железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне с применением метода конечных элементов (МКЭ) в российской научной среде представлены скудно. Исследования же такого рода с использованием одного из наиболее распространенных программных комплексов ЛИРА-САПР

не проводились и вовсе. Конечно-элементные модели, созданные в таких сложных средах как ABAQUS или ANSYS, в большинстве случаев могут быть применены только в исследовательских целях, но не в инженерной практике, так как данное программное обеспечение имеет высокий порог вхождения, высокую стоимость, а сложность расчетных моделей не позволяет применять их в условиях реального проектирования.

В ходе данного исследования были рассмотрены наиболее оптимальные и точные подходы к расчету балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне с применением современных вычислительных комплексов на примере широко применяемого российскими инженерами ПК ЛИРА-САПР. Количественная оценка результатов произведена на основании имеющихся исходных данных по испытаниям специально изготовленных образцов составных балок. При этом выполнен исчерпывающий анализ напряженно-деформированного состояния. Результаты исследования позволяют сделать выводы о точности применяемых конечно-элементных моделей для расчета балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне, что на практике дает возможность их проектирования и последующего применения.

Анализ данных экспериментальных исследований двухслойных железобетонных балок

В работах [13; 14] были испытаны и подвергнуты тщательному анализу железобетонные балки с высокопрочным бетоном в сжатой зоне. Для испытаний были отобраны 18 опытных образцов с поперечным сечением 60x120x1400 мм, с различными диаметрами и классами арматуры, коэффициентами армирования. Результаты испытаний легли в основе диссертационного исследования.¹

Испытываемые образцы были изготовлены из высокопрочного бетона класса В80-В90 в верхней зоне и В25-В30 — в нижней. Рабочая арматура присутствовала только в растянутой зоне. Толщина верхнего слоя бетона составляла 46–51 мм.

Для удобства анализа результатов все образцы были промаркированы. Первая буква Б обозначает балочный элемент; цифры 12, 14, 16 — диаметр рабочей арматуры; «А400, А500С, А600» — классы арматуры. Последняя цифра указывает порядковый номер элемента.

В элементах с арматурой А400 и А500С применялись сварные плоские каркасы, в элементах с арматурой А600 — вязаные плоские каркасы. Поперечное армирование было из стержней диаметром 6–8 мм класса А240, В500 с шагом 40–50 мм. Схема армирования показана на рисунке 1.

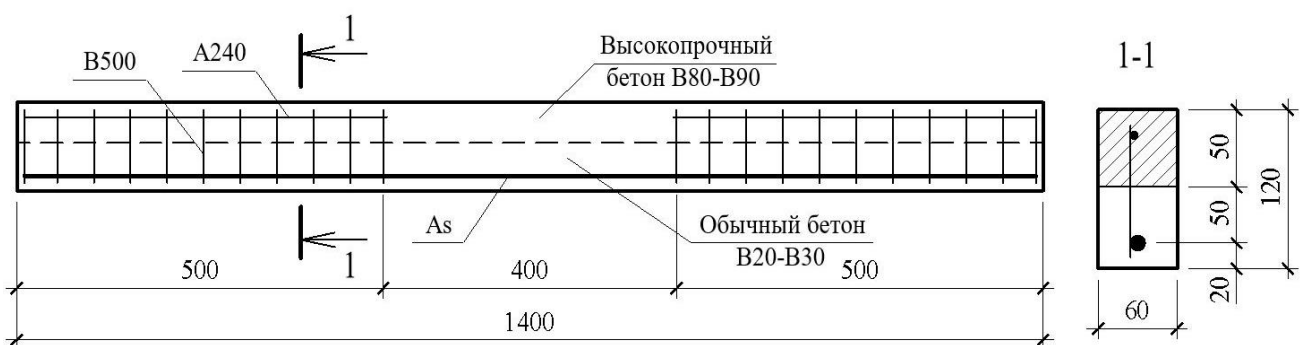


Рисунок 1. Схема армирования балок¹

¹ Джавид Мохаммад Мехди. Несущая способность железобетонных изгибаемых элементов с высокопрочным бетоном в сжатой зоне при кратковременном нагружении: диссертация ... кандидата технических наук: 05.23.01 / Джавид Мохаммад Мехди; [Место защиты: Воронеж. гос. архитектур.-строит. ун-т]. — Воронеж, 2016. — 164 с.

Испытания балок проводились на чистый изгиб. Давление пресса на балку передавалось через специальную траверсу, катки и стальные пластинки в виде сосредоточенных сил в третях пролета согласно схема приложения нагрузки (рис. 2).

Общий вид установки для проведения испытаний показан на рисунке 3.

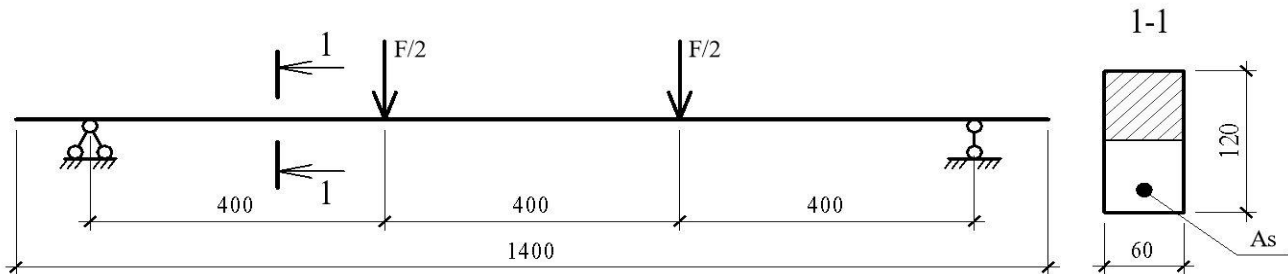


Рисунок 2. Схема загрузки балок при испытаниях [13]



Рисунок 3. Общий вид испытаний¹

Все изготовленные балки были испытаны до полного разрушения. При этом потеря несущей способности происходила по первому случаю (по арматуре), а напряжения и деформации бетона в сжатой зоне не достигали предельных значений.

Достижение предела текучести в арматуре не вело к полному разрушению образцов. Окончательное разрушение происходило при раздроблении бетона сжатой зоны.

В процессе испытания балок контактные трещины между двумя слоями бетонов не возникали.

Все образцы разрушались по нормальным сечениям в зоне чистого изгиба. Результаты испытаний железобетонных балок с высокопрочным бетоном в сжатой зоне сведены в таблице 1.

На основании полученных данных была выведена формула для определения несущей способности двухслойных железобетонных изгибаемых элементов с высокопрочным бетоном в сжатой зоне. При этом коэффициенты, учитываемые в формуле, определяются эмпирически и во многом зависят от назначенного продольного армирования.

Таблица 1

Результаты испытаний железобетонных балок

Шифр элемента	Разрушающий момент $M_{раз}$, кНм	Предельный изгибающий момент $M_{пр}$, кНм	Относительные деформации арматуры при пределе текучести $\epsilon_s \cdot 10^3$	Относительные деформации сжатого волокна сечения при пределе текучести $\epsilon_b \cdot 10^3$
1	2	3	4	5
Б12А400-1	5,76	5,28	2,50	1,20
Б12А400-2	5,78	5,31	2,50	1,18
Б14А400-1	6,86	6,46	2,40	1,50
Б14А400-2	6,80	6,44	2,40	1,55
Б16А400-1	8,66	7,96	2,60	1,60
Б16А400-2	8,70	7,99	2,60	1,66
Б12А500С-1	6,92	6,47	3,50	1,58
Б12А500С-2	6,96	6,50	3,50	1,62
Б14А500С-1	9,20	8,63	3,30	2,10
Б14А500С-2	9,12	8,55	3,30	2,16
Б16А500С-1	10,16	9,54	3,20	2,18
Б16А500С-2	10,3	9,58	3,20	2,20
Б12А600-1	7,40	6,53	3,00	1,53
Б12А600-2	7,42	6,55	3,00	1,56
Б14А600-1	8,80	7,69	2,85	1,70
Б14А600-2	8,75	7,58	2,85	1,73
Б16А600-1	11,1	9,74	2,99	2,18
Б16А600-2	10,41	9,62	2,99	2,16

Составлено на основании результатов исследования¹

Для более глубокого анализа необходимо применение конечно-элементных моделей с учетом физической и геометрической нелинейности.

Стержневая конечно-элементная модель

В настоящий момент в разработанных версиях ПК ЛИРА-САПР конечный элемент многослойных конструкций не реализован. Для деформационного расчета смоделируем балки с помощью стандартных средств в виде физически нелинейных универсальных пространственных стержневых конечных элементов (КЭ210).

Для описания деформирования материалов ЛИРА-САПР имеет набор стандартных представлений: экспоненциальные и кусочно-линейный. Экспоненциальные представлены в виде нескольких вариантов: 11, 15, 21, 25, 31, 35. Они отличаются учетом (25, 35) или не учетом (21, 31) совместной работы арматуры и бетона. Часть представлений используют в качестве параметров нормативные характеристик бетона (21, 25), другие — с использованием расчетных (31, 35). При этом рекомендуется использовать для расчета бетонных сечений 21 и 31 законы, а для расчета железобетонных элементов — 25 и 35.

Результаты статических испытаний образцов из высокопрочного бетона, показали, что диаграмма деформирования бетона высокого класса по прочности не описывается экспоненциальным законом с характерным изменением угла наклона графика. Вместо этого характер деформирования близок к линейному (рис. 4). Более того, все экспоненциальные законы деформирования материала в ПК ЛИРА-САПР кроме 15-го подразумевают выбор класса бетона из предложенного списка, где самый большой класс В60, а построение диаграммы деформирования бетона большего класса с помощью встроенных программных средств не предусмотрено.

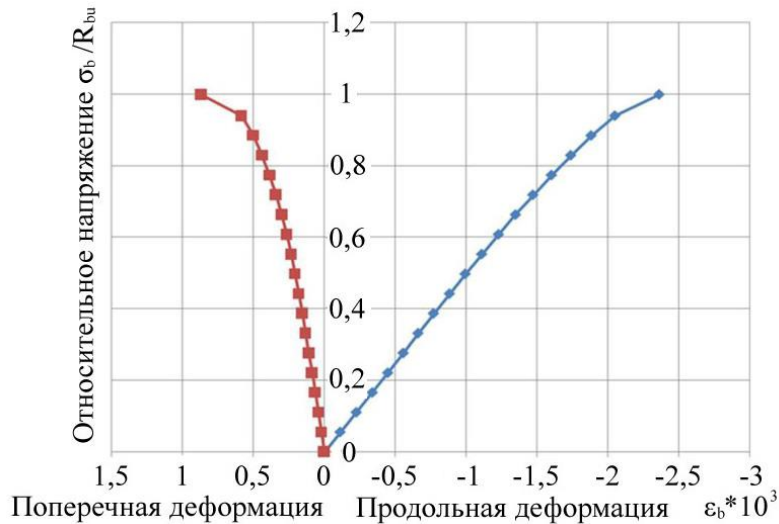


Рисунок 4. Характерная диаграмма деформирования высокопрочного бетона [13]

Становится очевидно, что экспоненциальный закон деформирования может быть использован для бетонов обычного класса прочности, а для моделирования наших конструкций не подходит. Кроме того, техническая документация к программному комплексу не содержит необходимых сведений, в которых был бы указан принцип построения экспоненциальной диаграммы.

Единственным средством описания высокопрочного бетона остается 14-й кусочно-линейный закон с построением по точкам. Однако, не следует забывать, что КЭ210 однослойный. Возникает вопрос, как указать то, что балка состоит из двух бетонов разного класса. Для этого воспользуемся искусственным приемом, заключающимся в задании для части закона деформирования, описывающей сжатие, характеристики, полученные в ходе испытаний образцов высокопрочного бетона, а для растяжения выберем характеристики обычного бетона. Так как при выполнении эксперимента испытание «восьмерок» на растяжение не проводилось, то примем характеристики из нормативной документации.

Для описания армирующего материала представлен аналогичный набор законов: экспоненциальный (11) и кусочно-линейный (14). Результаты испытаний стальных стержней на растяжение в разрывной машине показывают, что закон деформирования сильно отличается от экспоненциального и более близок к двухлинейной диаграмме Прандтля (рис. 5).

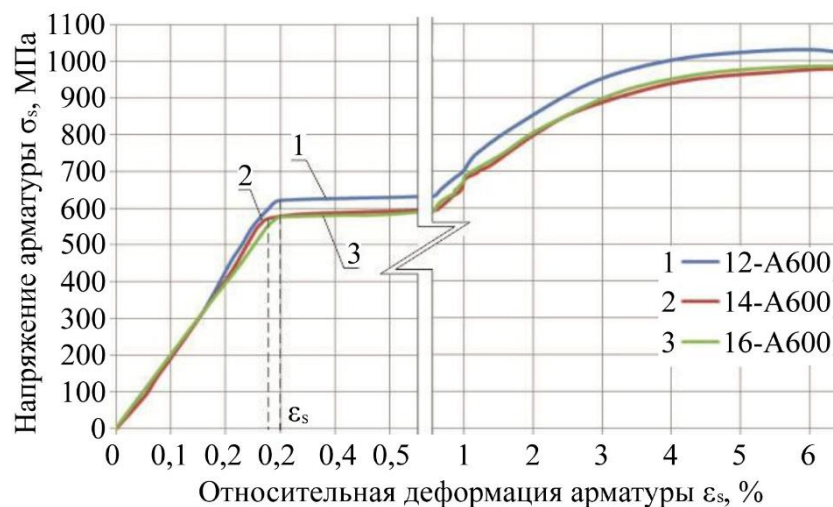


Рисунок 5. Характерная диаграмма растяжения арматуры¹

Описание деформирования арматурных стержней с помощью кусочно-линейного закона (14) имеет свои особенности. Так, например, в ПК ЛИРА-САПР не реализована возможность задания горизонтальных участков на графике. В этом случае приходится искусственно задавать минимальный наклон для участка графика деформирования.

Далее в свойствах стержневого элемента необходимо задать количество слоев, на которые будет разбиваться поперечное сечение. Обычно для таких расчетов разбиение производится на слои толщиной не более 1 см.

Расчет производим с применением шаговой нелинейности простым шаговым методом. При этом для прочностных расчетов рационально принимать не менее 100 шагов, а для расчетов прогибов достаточно 10 шагов.

Результаты такого расчета оказались неудовлетворительными. Значения предельных моментов сильно отличаются, от полученных в ходе испытаний. Причем эти отличия могут быть как в одну, так и в другую сторону, и в ряде случаев достигают 22 % от фактических. Значения же прогибов во всех расчетах были заниженными. Такие результаты можно в некоторой степени обосновать введением допущений и применением таких искусственных приемов, как описание двух бетонов разного класса с помощью одного закона деформирования.

Применение вышеизложенной расчетной схемы в практических расчетах в таком виде не представляется возможным. Причины столь сильного расхождения могут быть результатом отдельного исследования.

Объемная конечно-элементная модель

В связи с неудовлетворительными результатами моделирования элемента с применением стержневой конечно-элементной модели, рассмотрим объемные конечные элементы.

Бетонные составляющие модели приняты с помощью физически нелинейного универсального пространственного восьмиузлового изопараметрического КЭ236. Размеры конечных элементов нижнего слоя из обычного бетона приняты размером 1x2 см, верхнего слоя — 1x0,5 см. По длине балка разбита на КЭ с шагом 2 см. Продольное армирование было решено представить универсальным пространственным стержневым конечным элементом с учетом физической и геометрической нелинейности КЭ410 (рис. 6).

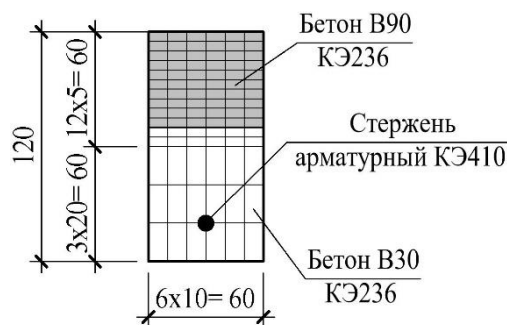


Рисунок 6. Сечение конечно-элементной модели балки (рисунок авторов)

С целью наиболее точной передачи прикладываемых на балку нагрузок, а также уменьшения концентрации напряжений в элементах, в местах приложения внешней силы и в приопорных зонах были дополнительно добавлены элементы, распределяющие усилия на основное тело балки (рис. 7). Кроме того, прикладываемая сосредоточенная нагрузка на

расчетную пространственную модель представлена в виде равномерно распределенной полосовой.

Для описания закона деформирования бетона и арматуры в модели использовались классические двух- и трехлинейные диаграммы, наиболее часто применяемые на практике и подробно описанные в нормативной литературе. При этом для арматуры была выбрана двухлинейная диаграмма, для бетона В30 в растянутой зоне — трехлинейная, а для высокопрочного бетона В90 наиболее подходящей оказывается трехлинейная с отсутствующим горизонтальным участком (рис. 8).

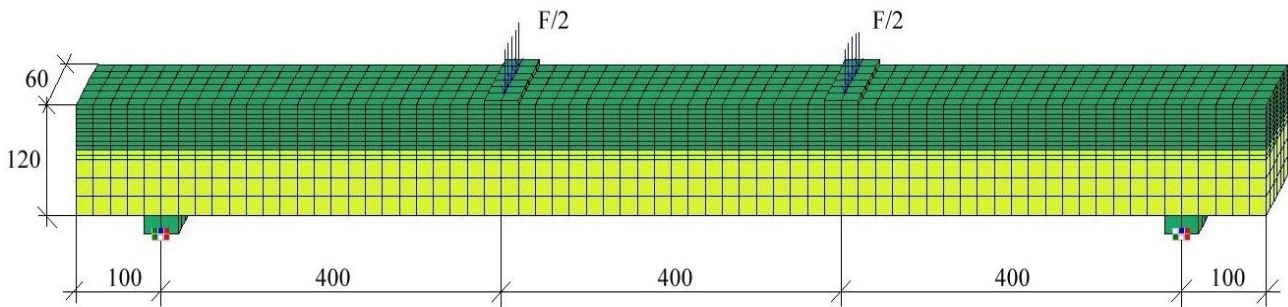
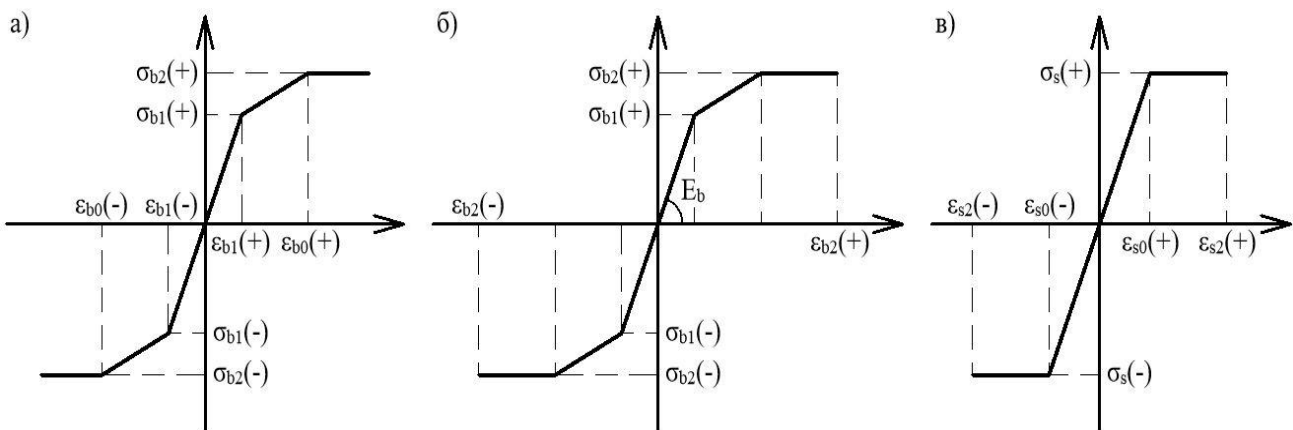


Рисунок 7. Конечно-элементная модель из ЛИРА-САПР (рисунок авторов)

Для описания высокопрочного бетона (рис. 8 а) воспользуемся результатами испытаний контрольных образцов. $\sigma_{b2}(-)$ принимаем равным средней прочности кубиков $100 \times 100 \times 100$ мм; $\sigma_{b1}(-) = 0,6\sigma_{b2}(-) \times \varepsilon_{b0}(-)$ задаем равным средним предельным относительным деформациям сжатия ε_b , которые были получены в результате испытания высокопрочных бетонных призм. $\varepsilon_{b1}(-)$ находим из полученной экспериментально диаграммы деформирования высокопрочных призм при сжатии. Модуль упругости также принимаем равным среднему по результатам испытаний. Недостающие данные для описания растянутой части диаграммы бетона приняты по действующей нормативной документации.² $\sigma_{b2}(+) = R_{bt,n} = 3,6$ МПа; $\sigma_{b1}(+) = 0,6\sigma_{b1}(-)$. Относительные деформации растяжения $\varepsilon_{b0}(+) = 0,00015$. Закон деформирования выбран кусочно-линейным (14). Исходные данные для описания закона деформирования высокопрочного бетона представлены в таблице 2.



а — высокопрочный бетон класса В90; б — обычный бетон класса В30; в — сталь арматурная

Рисунок 8. Принятые в расчетах диаграммы деформирования материалов (рисунок авторов)

² СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М., 2019, 118 с.

Таблица 2

Прочностные и деформационные характеристики высокопрочного бетона

№ п/п	Тип балки	Средняя кубиковая прочность $\sigma_{b2(-)}$, МПа	$\sigma_{b1(-)} = 0,6\sigma_{b2(-)}$, МПа	Пределные деформации сжатия, $\varepsilon_{s0(-)}$	Относительная деформация $\varepsilon_{s1(-)}$	Предел прочности при растяжении, $\sigma_{b2(+)}$, МПа	$\sigma_{b1(+)} = 0,6\sigma_{b2(+)}$, МПа	Пределные деформации растяжения, $\varepsilon_{s0(+)}$	$\varepsilon_{s1(+)}$	Модуль упругости E_b , ГПа
1	Б12-400	104,540	62,724	0,00225	0,00118	3,6	2,16	0,00015	0,00008	46
2	Б14-400	97,510	58,506	0,00227	0,00119					44
3	Б16-400	103,260	61,956	0,00238	0,00125					46
4	Б12-500	106,150	63,690	0,00238	0,00125					45
5	Б14-500	98,470	59,082	0,00234	0,00123					46
6	Б16-500	106,120	63,672	0,00248	0,00130					44
7	Б12-600	106,070	63,642	0,00245	0,00129					46
8	Б14-600	98,420	59,052	0,00242	0,00127					45
9	Б16-600	101,700	61,020	0,00245	0,00129					45

Составлено авторами

Параметры закона деформирования обычного бетона (рис. 8 б) были приняты по нормативным документам. Закон деформирования выбран трехлинейный (13). Исходные данные одинаковые для всех балок и показаны в таблице 3.

Таблица 3

Прочностные и деформационные характеристики обычного бетона

Параметр	Значение
$\sigma_{b2(-)}$, МПа	22
$\sigma_{b1(-)} = 0,6\sigma_{b2(-)}$, МПа	13,2
$\sigma_{b2(+)}$, МПа	1,75
$\sigma_{b1(+)} = 0,6\sigma_{b2(+)}$, МПа	1,05
$\varepsilon_{s2(-)}$	-0,0034
$\varepsilon_{s2(+)}$	0,00024
E_b , МПа	32 500

Составлено авторами

При описании арматурного стержня (рис. 8 в) принимаем параметры, полученные экспериментальным путем. Величины $\sigma_s(+)$ и $\sigma_s(-)$ задаем равными пределу текучести стали σ_y , а $\varepsilon_{s0}(+)$ и $\varepsilon_{s0}(-)$ — равными относительной деформации ε_s согласно испытаниям на разрывной машине.

Таблица 4

Прочностные и деформационные характеристики арматуры

Класс арматуры	Диаметр арматуры d , мм	Площадь арматуры A_s , мм кв	Предел текучести $\sigma_y = \sigma_s(+)$ = $\sigma_s(-)$, МПа	Относительная деформация $\varepsilon_s = \varepsilon_{s0}(+)$ = $\varepsilon_{s0}(-)$	Пределные деформации сжатия, $\varepsilon_{s2(-)}$	Пределные деформации растяжения, $\varepsilon_{s2}(+)$	Модуль упругости, E_s , МПа
А400	12	113	492	0,00250	0,0034	0,025	$2,01 \times 10^5$
	14	154	433	0,00240			
	16	202	439	0,00260			
А500С	12	112	644	0,00351			
	14	154	631	0,00331			
	16	201	588	0,00320			
А600	12	113	622	0,00304			
	14	152	573	0,00285			
	16	203	573	0,00299			

Составлено авторами

Предельные деформации сжатия арматуры принимаем равными предельным деформациям при сжатии бетона в растянутой зоне из условия обеспечения их совместной работы, $\epsilon_{s2(-)} = \epsilon_{b0(-)} = -0,0034$. Предельные деформации растяжения арматуры в виду отсутствия экспериментальных данных зададим по действующим нормам $\epsilon_{s2(+)} = 0,025$.² Модуль упругости принимаем равным $E_s = 2,01 \times 10^5$ МПа согласно результатам испытания. Закон деформирования — кусочно-линейный (14). Исходные данные для описания деформирования арматуры испытанных балок сведены в таблице 4.

Визуальные результаты построения диаграмм деформирования материалов представлены на рисунках 9–11 на примере балки Б16-600.

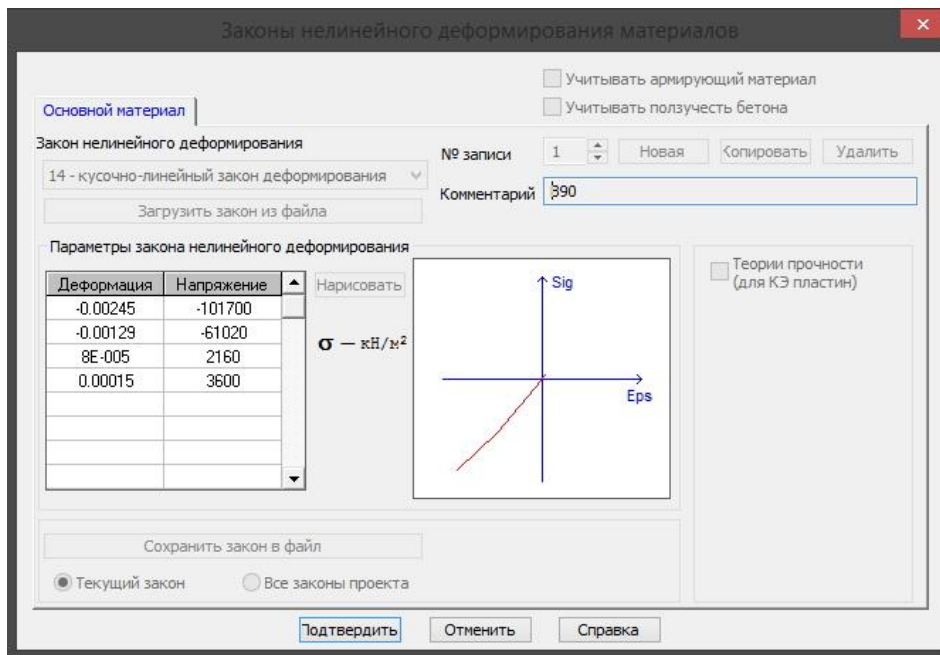


Рисунок 9. Диаграмма деформирования высокопрочного бетона в ПК ЛИРА-САПР (рисунок авторов)

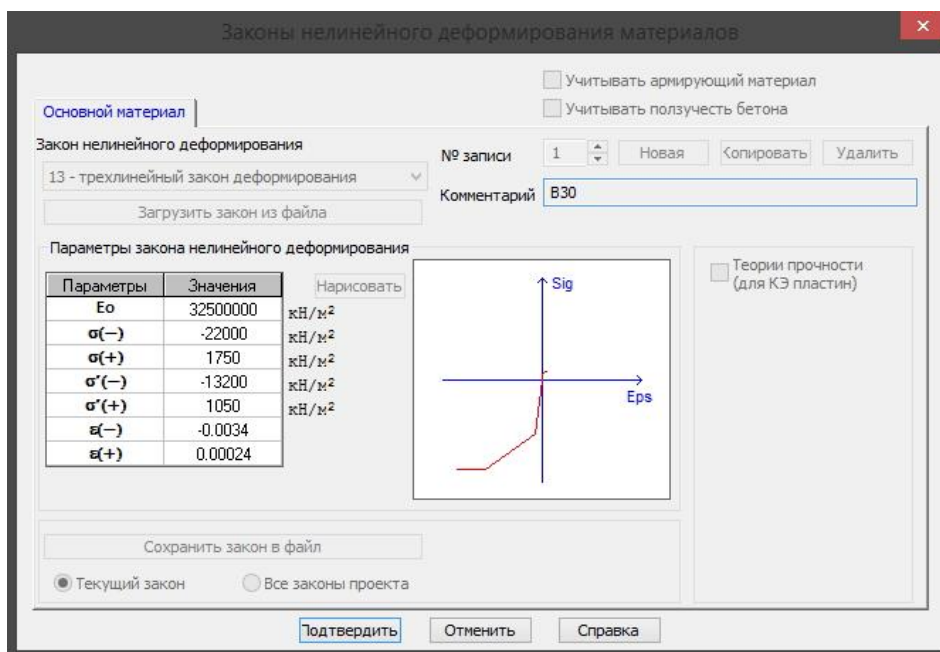


Рисунок 10. Диаграмма деформирования обычного бетона в ПК ЛИРА-САПР (рисунок авторов)

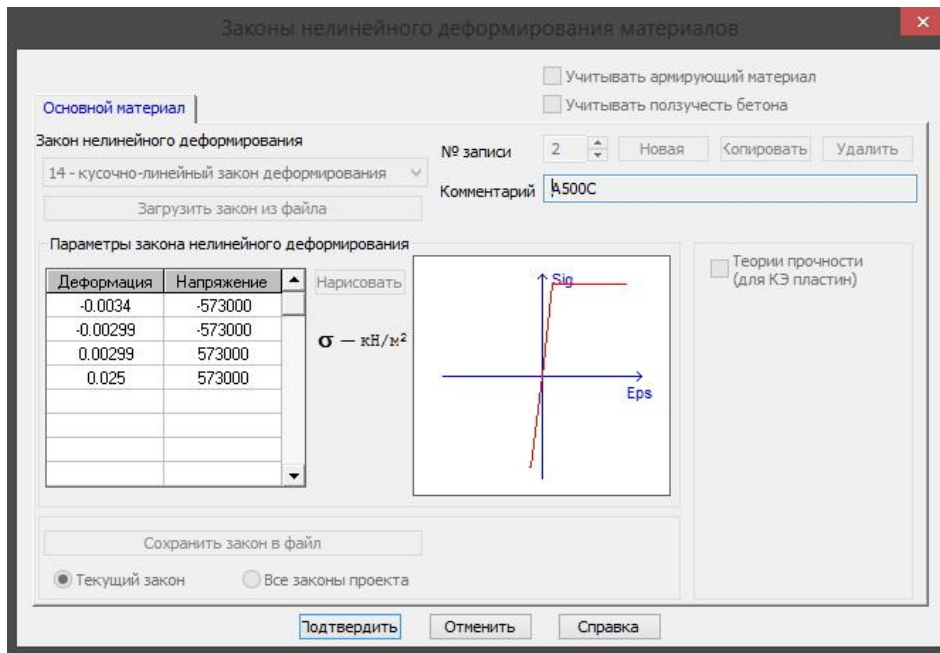


Рисунок 11. Диаграмма деформирования арматуры в ПК ЛИРА-САПР (рисунок авторов)

Результаты деформационного расчета двухслойной балки

В результате расчета была получена типичная картина напряженно-деформированного состояния для изгибаемой балки в диапазоне от максимальных отрицательных продольных напряжений $-\sigma_x$ крайнего верхнего волокна балки к максимальным положительным $+\sigma_x$ крайнего нижнего (рис. 12).

Вблизи опор возникли характерные повышенные касательные напряжения τ_{xz} от поперечной силы по диагонали к центру балки (рис. 13).

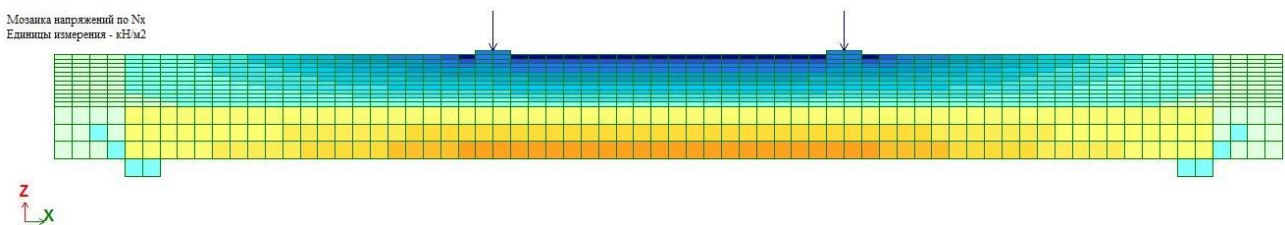


Рисунок 12. Характерная картина распределения продольных напряжений σ_x (рисунок авторов)

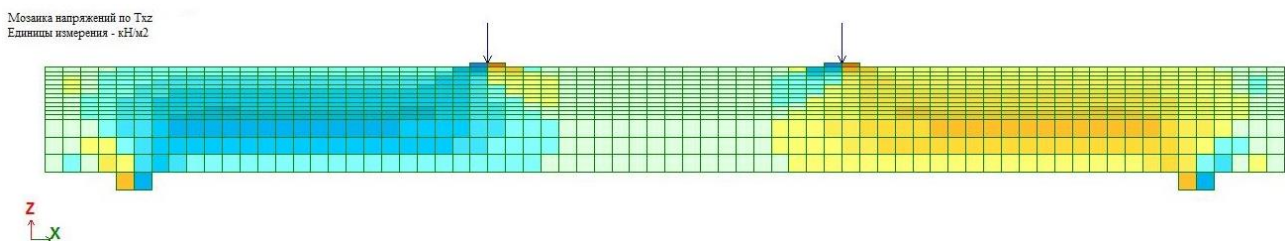


Рисунок 13. Характерная картина распределения касательных напряжения τ_{xz} (рисунок авторов)

В качестве критерия разрушения материалов балки принято превышение нормальными напряжениями заданных предельных значений. В процессе роста нагрузок на балку первыми достигли пиковых значений напряжения в бетоне растянутой зоны. Происходило последовательное разрушение элементов от нижнего волокна балки в сторону нейтральной линии. Физически это соответствует появлению и последующему раскрытию трещин в балке.

Уровень нагружения, при котором происходило трещинообразование, отслеживался и сопоставлялся с экспериментальными и теоретическими значениями. При этом было замечено серьезное отклонение в этих значениях. Разрушение растянутых элементов бетона в расчетной модели происходило несколько позже, чем в опытах (табл. 5). Во многом это объясняется принятыми в расчете характеристиками для обычного бетона по нормативной литературе, так как испытания образцов «восьмерок» на растяжение не проводились. Другим фактором, повлиявшим на результаты, могла послужить конечно-элементная сетка в нижней зоне балки, имеющая больший шаг, чем в верхней зоне. Это было принято с целью ускорения проведения расчетов.

Таблица 5

Сравнительная таблица результатов расчета по моменту трещинообразования

№ п/п	Шифр балки	Расчетный момент трещинообразования $M_{срс\ теор}, кНм$	Фактический момент трещинообразования $M_{срс\ ф}, кНм$	Момент трещинообразования в КЭ модели $M_{срс\ кэ}, кНм$	Отклонение $M_{срс\ кэ}$ от $M_{срс\ ф}, \%$
1	Б12-400	0,64	0,66	0,8	21,21
2	Б14-400	0,65	0,68	0,8	17,65
3	Б16-400	0,67	0,71	1,0	40,85
4	Б12-500	0,63	0,65	0,8	23,08
5	Б14-500	0,67	0,81	0,9	11,11
6	Б16-500	0,71	0,92	1,0	8,70
7	Б12-600	0,64	0,67	0,8	19,40
8	Б14-600	0,68	0,85	0,9	5,88
9	Б16-600	0,74	0,97	1,0	3,09

Составлено авторами

Отметим, что момент трещинообразования в конечно-элементной модели имел наибольшие отклонения от фактического для балок с арматурной сталью А400, и наименьшие — для балок с арматурной сталью А600. Получается, что для балок, в которых влияние рабочей растянутой арматуры на прочность растянутой зоны было больше, чем для остальных, результаты оказались более корректными. Это можно считать очередным подтверждением вышеизложенных неточностей в описании закона деформирования растянутого бетона.

Дальнейшее нагружение балок привело к разрушению ряда элементов в сжатой зоне бетона вблизи зоны приложения внешней нагрузки (рис. 14). Однако величина нагрузки, при которой происходило локальное разрушение, несколько ниже указанных в результатах испытаний. Более того, характер разрушения сжатой зоны бетона по результатам испытаний был описан иной. В ходе испытаний разрушение сжатого бетона происходило посередине балки, причем после достижения предела текучести в рабочей арматуре.

Добавленные распределяющие элементы-накладки в месте приложения внешней нагрузки ситуацию улучшили, но не исправили. Можно предположить, что в ходе проведения испытаний малозначительные местные разрушения бетона визуально не были зафиксированы, а отсутствие датчиков в этой зоне не позволило сделать это с помощью аппаратуры.

С другой стороны, локальные разрушения нескольких элементов в модели не привели к потере несущей способности балки в целом. Поэтому с целью сравнения с результатами фактических испытаний было принято решение не учитывать эти разрушения, а момент их образования разрушающим не считать, элементы были выключены из расчета.

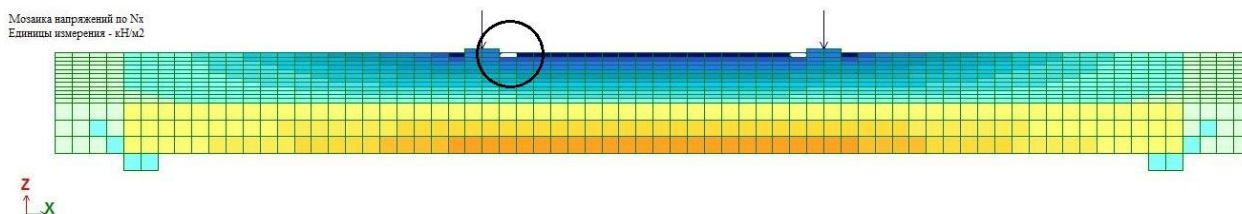


Рисунок 14. Локальное разрушение бетона сжатой зоны (рисунок авторов)

Согласно экспериментальным данным, разрушение балки начиналось с достижения арматурой предела текучести. Но полное обрушение происходило при последующем выкрашивании бетона в верхней части балки в середине пролета до достижения арматурой напряжений, равных временному сопротивлению разрыву (рис. 15).



Рисунок 15. Характер разрушения балок в ходе испытания¹

В результате расчетов был получен предельный изгибающий момент, при котором происходит потеря несущей способности балки (табл. 6). Причем при внешней нагрузке, соответствующей этому моменту, разрушение бетона в сжатой зоне не происходит, кроме указанных ранее локальных участков. Таким образом, потеря несущей способности балки происходит по первому случаю разрушения, а именно по достижении продольной арматурой предела текучести. Характер разрушения в этом случае соответствует, описанному в работе Д.М. Мехди.

Таблица 6

Сравнительная таблица результатов расчета по предельному моменту

№ п/п	Шифр балки	Расчетный момент M_{ult} , кНм	Фактический момент $M_{ф}$, кНм	Момент в КЭ модели $M_{кэ}$, кНм	Отклонение $M_{кэ}$ от $M_{ф}$, %
1	B12-400	5,32	5,26	5,4	2,76
2	B14-400	6,36	6,45	6,1	-5,43
3	B16-400	7,81	7,89	7,6	-4,70
4	B12-500	6,77	6,49	6,9	6,40
5	B14-500	8,47	8,59	8,5	-1,05
6	B16-500	9,61	9,56	9,9	3,56
7	B12-600	6,61	6,54	6,6	0,92
8	B14-600	7,71	7,64	7,7	0,85
9	B16-600	9,56	9,68	9,5	-1,86

Составлено авторами

Как видно из таблицы 6 результаты расчетов весьма близки к полученным в ходе испытаний. Наибольшее отклонение предельного момента по расчету в ЛИРА-САПР от экспериментального составило 6,4 % для балки Б12-500. В остальных же случаях точность расчета находится в пределах погрешности. Наилучшим образом конечно-элементная модель показала себя в балках с арматурой класса А600. В них погрешность составила не более 1,86 %.

При полученном предельном моменте фиксировались возникающие прогибы балок, а также высота сжатой зоны. Результаты представлены в таблицах 7–8.

Отклонение величины прогибов, полученных в расчете в ЛИРА-САПР, от фактических в целом находятся в пределах допустимой погрешности за исключением балок Б14-400 и Б14-500, для которых они составили -13,79 % и 14,42 % соответственно. Общая картина прогибов показана на рисунке 16.

Наибольшее по модулю отклонение в значениях высоты сжатой зоны имеет значения в диапазоне от 3,23 % для балок с арматурой А600 до 32,08 % для балок с арматурой А400. Вместе с тем, уточнять расчетную высоту сжатой зоны для балок с арматурой А600 было бы некорректно, так как в конечно-элементной модели она была определена с точностью 5 мм, что соответствует размеру конечно-элементной сетки бетона. Кроме того, наименьшая высота сжатой зоны была зафиксирована в сечениях балки, в которых действует внешняя нагрузка (рис. 17). В натурных испытаниях значения высоты сжатой зоны были получены с помощью тензорезисторов, которые были наклеены в середине пролета балки (рис. 18).

Изополюса перемещений по Z(G)
Единицы измерения - мм

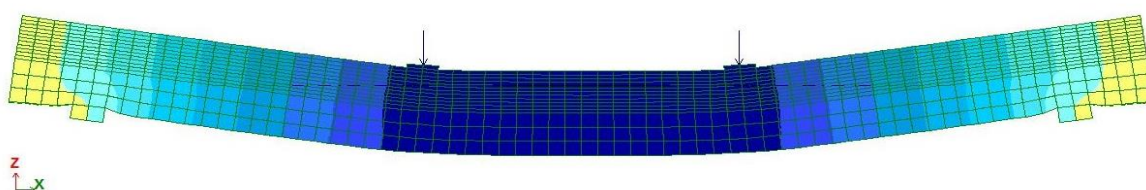


Рисунок 16. Характерная картина перемещений по оси Z (рисунок авторов)

Мозаика напряжений по Xz
Единицы измерения - кН/м2

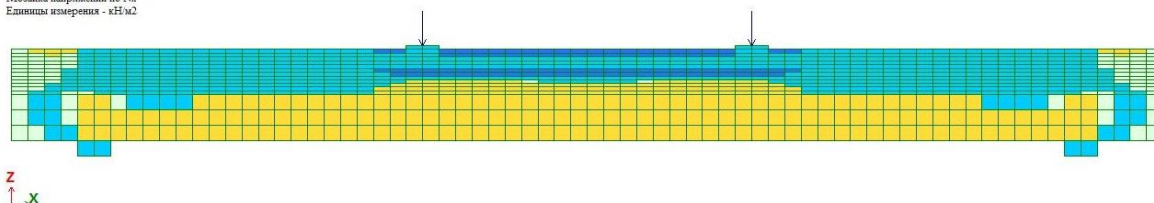


Рисунок 17. Характерная картина растянутой и сжатой зоны в балке (рисунок авторов)

Таблица 7

Сравнительная таблица результатов расчета по прогибам

№ п/п	Шифр балки	Расчетный прогиб f_m , мм	Фактический прогиб f_{ϕ} , мм	Прогиб в КЭ модели $f_{кэ}$, мм	Отклонение $f_{кэ}$ от f_{ϕ} , %
1	Б12-400	6,72	6	6,28	4,67
2	Б14-400	7,2	6,96	6	-13,79
3	Б16-400	7,44	6,72	6,54	-2,68
4	Б12-500	7,8	8,04	8,42	4,73
5	Б14-500	8,04	7,56	8,65	14,42
6	Б16-500	8,52	7,92	7,99	0,88
7	Б12-600	7,8	7,44	7,78	4,57
8	Б14-600	7,92	7,56	7,49	-0,93
9	Б16-600	8,28	8,04	8,18	1,74

Составлено авторами

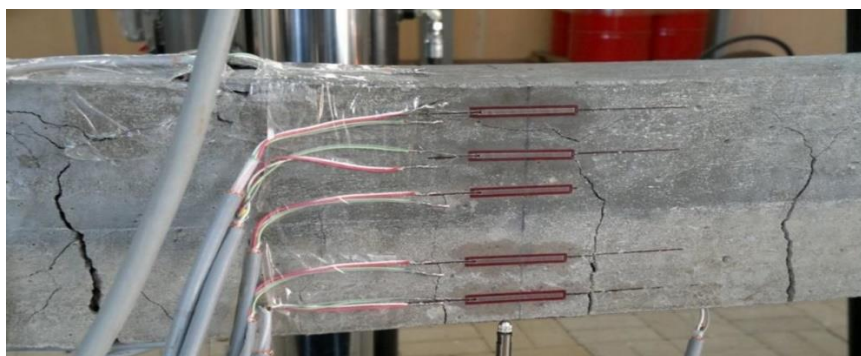


Рисунок 18. Расположение тензорезисторов на испытываемых балках¹

Таблица 8

Сравнительная таблица высоты сжатой зоны

№ п/п	Шифр балки	Расчетная высота сжатой зоны x_1 , мм	Фактический высота сжатой зоны $x_ф$, мм	Высота сжатой зоны в КЭ модели $x_{кэ}$, мм	Отклонение $x_{кэ}$ от $x_ф$, %
1	Б12-400	24,5	20	25	25,00
2	Б14-400	28,5	23,5	30	27,66
3	Б16-400	31	26,5	35	32,08
4	Б12-500	33	29,5	25	-15,25
5	Б14-500	36	33,5	30	-10,45
6	Б16-500	38,5	35,5	35	-1,41
7	Б12-600	28,5	24,5	25	2,04
8	Б14-600	35	31	30	-3,23
9	Б16-600	38,5	34,5	35	1,45

Составлено авторами

При нагрузке, соответствующей разрушающей, в конечно-элементной модели были зафиксированы продольные деформации бетона в сжатой и растянутой зонах. Причем для чистоты результатов эти значения фиксировались в месте установки крайнего верхнего и крайнего нижнего тензорезисторов при испытаниях (рис. 21). Полученные результаты представлены в таблице 9.

Как видно из сравнительной таблицы, отклонения в значениях относительных деформаций сжатия в расчетной модели от полученных опытным путем значительны и доходят до 40 %. Значения деформации в растянутой зоне оказались значительно ближе к экспериментальным, а отклонение не превысило 9,17 %.

Таблица 9

Сравнительная таблица относительных продольных деформаций

№ п/п	Шифр балки	Фактическая относительная деформация сжатия, $\epsilon_{бф}$	Относительная деформация сжатия в КЭ модели, $\epsilon_{б кэ}$	Отклонение, $\epsilon_{б кэ}$ от $\epsilon_{бф}$, %	Фактическая относительная деформация растяжения, $\epsilon_{сф}$	Относительная деформация растяжения в КЭ модели, $\epsilon_{с кэ}$	Отклонение, $\epsilon_{с кэ}$ от $\epsilon_{сф}$, %
1	Б12-400	0,00190	0,00114	-40,00	0,00250	0,00270	8,00
2	Б14-400	0,00153	0,00125	-18,36	0,00240	0,00247	2,81
3	Б16-400	0,00163	0,00147	-9,97	0,00260	0,00263	0,96
4	Б12-500	0,00150	0,00149	-0,50	0,00350	0,00363	3,57
5	Б14-500	0,00213	0,00183	-14,32	0,00330	0,00350	6,06
6	Б16-500	0,00219	0,00184	-16,10	0,00320	0,00308	-3,91
7	Б12-600	0,00155	0,00146	-5,50	0,00300	0,00328	9,17
8	Б14-600	0,00172	0,00164	-4,23	0,00285	0,00300	5,26
9	Б16-600	0,00217	0,00193	-11,18	0,00299	0,00310	3,68

Составлено авторами

Выводы

Результаты расчетов для предложенной объемной конечно-элементной модели с большой степенью точности совпадают с результатами, полученными в ходе проведения натуральных испытаний.

Наибольшее отклонение предельного момента по расчету в ЛИРА-САПР от экспериментального составило 6,4 % для балки Б12-500. В остальных же случаях точность расчета находится в пределах погрешности.

Потеря несущей способности балки происходит по первому случаю разрушения, а именно по достижении продольной арматурой предела текучести. Характер разрушения в этом случае соответствует результатам испытаний.

Отклонение величины прогибов, полученных в расчете в ЛИРА-САПР, от фактических в целом находятся в пределах допустимой погрешности за исключением балок Б14-400 и Б14-500, для которых они составили -13,79 % и 14,42 % соответственно.

Законы деформирования принятые при описании поведения материалов многослойной балки позволяют получить результаты расчета с достаточно высокой точностью и могут быть применены на практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Iskhakov I., Ribakov Y. A design method for two-layer beams consisting of normal and fibered high strength concrete // *Materials and Design*. — 2007. — Vol. 28(5). — pp. 1672–1677. DOI: 10.1016/j.matdes.2006.03.017.
2. Schnabl S., Saje M., Turk G., Planinc I. Analytical Solution of Two-Layer Beam Taking into account Interlayer Slip and Shear Deformation // *Journal of Structural Engineering*. — 2007. — Vol. 133(6). — pp. 886–894. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:6(886).
3. Ряжских Б.Е., Джавид М.М. Анализ применяемых методик вычисления прочности нормального сечения многослойных изгибаемых элементов строительных конструкций // *Инженерный вестник Дона*. — 2023. — № 9. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2023/8647>.
4. Nematzadeh M., Fallah-Valukolaee S. Experimental and analytical investigation on structural behavior of two-layer fiber-reinforced concrete beams reinforced with steel and GFRP rebars // *Construction and Building Materials*. — 2021. — Vol. 273. — ID 121933. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2020.121933.
5. Trust God J.A., Orumu S.T., Perezimo O.E. The Effectiveness of Two-Layer Reinforced Concrete Beam with Different Grades of Concrete // *American Journal of Engineering Research*. 2020. — Vol. 9(1). — pp. 107–112.
6. Iskhakov I., Ribakov Y., Holschemacher K., Kaeseberg S. Experimental case study for practical implementation of real pre-stressed two layer reinforced concrete beams // *Structures*. — 2023. — Vol. 47. — pp. 1284–1294. DOI: 10.1016/j.istruc.2022.11.084.
7. Ribakov Y., Iskhakov I., Holschemacher K. Experimental Investigation of Continuous Two-Layer Reinforced Concrete Beam // *Structural Concrete*. — 2016. — Vol. 18(1). DOI: 10.1002/suco.201600027.

8. Khai Lam T.Q., Dung Do T.M. The Behavior of RC Beams Strengthened with Steel Fiber Concrete Layer by ANSYS Simulation // *Advances in Civil Engineering*. — 2023. — Vol. 2023. — ID 4711699. DOI: 10.1155/2023/4711699.
9. Dung Do T.M., Khai Lam T.Q. Design Parameters of Double Layers Steel Fiber Concrete Beams // *Proceedings of the XIII International Scientific Conference on Architecture and Construction*. — 2020. — pp. 299–321. DOI: 10.1007/978-981-33-6208-6_30.
10. Dung Do T.M., Khai Lam T.Q., Ngo V.T., Nguyen T.T.N. Two-Layered Steel Fiber Concrete Beam with Concrete Grade Change in Layers // *Resilient Infrastructure. Select proceedings of VCDRR 2021*. — Springer Singapore, 2022. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-16-6978-1_34.
11. Vu D.T., Korol E., Kustikova Y., Nguyen H.H. Finite element analysis of three-layer concrete beam with composite reinforcement // *E3S Web of Conferences*. — 2019. — Vol. 97. — ID 02023. DOI: 10.1051/e3sconf/20199702023.
12. Qin R., Zhou A., Lau D. Effect of reinforcement ratio on the flexural performance of hybrid FRP reinforced concrete beams // *Composites Part B: Engineering*. — 2017. — Vol. 108. — pp. 200–209. DOI: 10.1016/j.compositesb.2016.09.054.
13. Потапов Ю.Б., Рогатнев Ю.Ф., Панфилов Д.В., Джавид М.М. Экспериментальные исследования несущей способности нормальных сечений железобетонных изгибаемых элементов с арматурой класса А600 // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. — 2015. — № 2(38). — С. 26–33. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23457882>.
14. Рогатнев Ю.Ф., Джавид М.М. Несущая способность двухслойных изгибаемых элементов с высококачественным бетоном в сжатой зоне // *Композиционные строительные материалы и конструкции. Сборник научных статей по материалам научной конференции*. — 2014. — С. 87–90. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38509901>.

Riazhsikh Boris Evgenievich

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia
E-mail: Boris_ryazhsikh@mail.ru

Javid Mohammad Mehdi

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia
E-mail: Jvd_mm@mail.ru

Methods of finite element modeling and calculation of the bearing capacity of two-layer reinforced concrete beams with high-strength concrete in a compressed zone on the example of LIRA-SAPR software

Abstract. The article considers two methods of finite element modeling of two-layer reinforced concrete beams with high-strength concrete in a compressed zone in the Lira-SAPR software: using bar and 3D finite elements. In both cases, the calculation was performed taking into account material and geometric nonlinearity. Characteristics of materials were taken based on the results of testing of rebars and concrete samples. Stress-strain diagrams for materials were taken in accordance with the current Russian standards. The load on the beams was applied gradually in equal proportions. During loading, deflections, strain, the moment of crack formation, and the height of the compressed zone were recorded. The interpretation of the results was made on the basis of tests of the samples of reinforced concrete beams with various longitudinal reinforcement for bending. As a result, the model with bar finite elements proved to be unsatisfactory as a method for calculating two-layer beams. The values of the ultimate moments differed considerably from those obtained during the tests and in some cases reached 22 % of the actual ones. The deflections were lower than in fact. In contrast, the results of the calculations using 3D finite elements with a high degree of accuracy coincided with the real tests. The largest deviation of the ultimate moment according to the calculation in Lira-SAPR from the experimental one was 6,4 % for one of the beams. In other cases, the accuracy of the calculation was within the acceptable error. The mechanism of the destruction of the beams corresponded to the test results. The deflection deviation from the actual values did not exceed 14,42 %. The stress-strain diagrams used in the research enable to analyse the work of multilayer beams with high accuracy.

Keywords: two-layer beams; high-strength concrete; material nonlinearity; stress-strain diagram; 3D finite elements; finite element method; reinforced concrete beams; geometric nonlinearity