Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal https://esj.today

2023, Том 15, № 6 / 2023, Vol. 15, Iss. 6 https://esj.today/issue-6-2023.html

URL статьи: https://esj.today/PDF/26SAVN623.pdf

2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки)

Ссылка для цитирования этой статьи:
Донченко, О. М. Расчет внецентренно-сжатых железобетонных элементов по прочности нормальных сечений на основе нелинейной деформационно-прочностной модели / О. М. Донченко, Л. А. Сулейманова, С. М. Есипов // Вестник евразийской науки. — 2023. — Т. 15. — № 6. — URL: https://esj.today/PDF/26SAVN623.pdf

For citation:
Donchenko O.M., Suleymanova L.A., Esipov S.M. Calculation of non-centrally compressed reinforced concrete elements according to the strength of normal cross-sections based on a nonlinear deformation-strength model. *The Eurasian Scientific Journal*. 2023; 15(6): 26SAVN623. Available at: https://esj.today/PDF/26SAVN623.pdf. (In Russ., abstract in Eng.)

Донченко Олег Михайлович
ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова», Белгород, Россия
Профессор кафедры «Строительства и городского хозяйства»
Кандидат технических наук, профессор
E-mail: Sk31.sm@gmail.com
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=600339

Сулейманова Людмила Александровна
ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова», Белгород, Россия
Заведующий кафедрой «Строительства и городского хозяйства»
Доктор технических наук, профессор
E-mail: ludmilasuleimanova@yandex.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1180-558X
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=445219
WoS: https://www.webofscience.com/wos/author/rid/I-3971-2018
SCOPUS: https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=55876997500

Есипов Станислав Максимович
ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова», Белгород, Россия
Доцент кафедры «Строительства и городского хозяйства»
Кандидат технических наук
E-mail: bgtu@esipov-sm.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3170-0099
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=772458
WoS: https://www.webofscience.com/wos/author/rid/HOH-2745-2023
SCOPUS: https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57215862375

Расчет внецентренно-сжатых железобетонных элементов по прочности нормальных сечений на основе нелинейной деформационно-прочностной модели

Аннотация. Статья посвящена исследованию действительного напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов в условиях внецентренного сжатия, а также реализации предпосылок такого состояния в предлагаемой расчетной методике.

По актуальным нормам проектирования железобетонных конструкций расчёт по прочности нормальных сечений внецентренно сжатых элементов должен производиться по методике новой нелинейной деформационной модели, использующей диаграммные методы

представления механического состояния сжимаемого бетона, сжатой и растянутой арматур с распределением относительных деформации этих материалов по закону плоских сечений. К положительным факторам модели расчёта относятся использование в ней в качестве основы важнейшей характеристики армированного поперечного сечения бетона — его действительной физической жёсткости, отражающей состояние основных явлений деформирования внецентренно сжатого элемента при силовом нагружении, и диаграммный метод представления механического состояния сжатого бетона, сжатой и растянутой арматуры.

При этом, существуют недостатки, к которым относятся игнорирование действительного неоднородного нелинейного напряженно-деформационного состояния бетона сжатой зоны, использование искусственных геометрически приближённых кусочно-прямолинейных, а не криволинейных диаграмм механического состояния, существенное снижение точности расчета по сравнению с силовым расчетом по предельным усилиям, многочисленность итерационных аналитических операций расчёта.

На решение данных проблем направлена предлагаемая методика расчета на базе нелинейной деформационно-прочностной модели, учитывающей все основные особенности деформативно-прочностных свойств материалов. В рамках проведенного исследования были получены математические зависимости составляющих напряженно-деформированного состояния бетона и арматуры при внецентренном сжатии при использовании действительных непрерывных криволинейных диаграмм деформирования.

Ключевые слова: железобетон; внецентренное сжатие; диаграмма деформирования; напряжения; нормальное сечение; прочность; нелинейность

Введение

Как известно, в условиях внецентренного сжатия работают многочисленные несущие железобетонные конструкции многоэтажных и одноэтажных гражданских и промышленных зданий: колонны, стойки каркасов и рам, арки и своды, элементы оболочек, верхние пояса сегментных ферм и другие несущие элементы. Поэтому расчеты по прочности и несущей способности их нормальных сечений являются важным разделом теории железобетона, привлекая в наибольшей степени внимание ученых и проектировщиков. До 2012 г. такие расчёты железобетонных конструкций выполняли только на основании силового равновесия предельных усилий, предопределяя, чтобы предельное напряжение σ_b в сжатом бетоне их элементов равнялось пределу его прочности на сжатие R_b.

По актуальным нормам проектирования железобетонных конструкций [1] расчёт по прочности нормальных сечений внецентренно сжатых элементов должен производиться по методике новой нелинейной деформационной модели, использующей диаграммные методы представления механического состояния сжимаемого бетона, сжатой и растянутой арматур с распределением относительных деформации этих материалов по закону плоских сечений.

Основной целью такого нормативного расчёта является определение внутреннего сопротивления нормального сечения внешнему силовому усилию внецентренного сжатия с заранее назначенной площадью сжатой арматуры A_s'. Критерием прочности нормального сечения при этом является достижение бетоном и арматурами не их пределов прочности, а заранее установленных значений предельных относительных деформаций бетона или арматуры.

К положительным факторам такой деформационной модели расчёта относятся использование в ней в качестве основы важнейшей характеристики армированного поперечного сечения бетона — всех видов его действительной физической жёсткости,

отражающей состояние основных явлений деформирования внецентренно сжатого элемента при силовом нагружении, и диаграммный метод представления механического состояния сжатого бетона, сжатой и растянутой арматуры.

При этом такая методика не лишена многих недостатков, основными из которых являются:

- совершенное игнорирование действительного неоднородного нелинейного напряженно-деформационного состояния бетона сжатой зоны внецентренно сжатого элемента и наделение его свойствами однородного центрального сжатия;
- использование искусственных геометрически приближённых кусочно-прямолинейных, а не естественных непрерывных криволинейных диаграмм механического состояния сжатого бетона, сжатой и растянутой арматур, с искусственными «коэффициентами упругости» и размытыми в широком диапазоне значениями предельных относительных деформаций этих материалов;
- существенное снижение точности расчета по сравнению с силовым расчетом по предельным усилиям и результатами экспериментальных исследований [2–4] элементов, армированных сталями повышенной и высокой прочности;
- многочисленность итерационных аналитических операций расчёта [5; 6] для установления искомых факторов;
- многочисленность [7; 8], огромный объем и трудоемкость проведения аналитических расчётов, которые для ручных методов практически являются труднопреодолимыми.

В отличие от предыдущих отечественных норм на бетонные и железобетонные конструкции, направленных, как обычно, на повышение точности и снижение трудоёмкости конструктивных расчётов, актуальные нормы лишены подобных качеств и ориентированы в первую очередь на создание общности и единообразия расчётных решений различных случаев напряжённо-деформационного состояния проектируемых элементов. Подобные недостатки естественно должны реально и существенно снижать точность получаемых решений.

Вышеизложенное свидетельствует о недостаточном совершенстве нормативной нелинейной деформационной модели расчёта внецентренно сжатых железобетонных элементов по прочности нормальных сечений и необходимости её существенного улучшения.

Методы

Более совершенной альтернативой нормативной является методика расчёта внецентренно-сжатых железобетонных элементов по прочности нормальных сечений, основанная на авторской нелинейной деформационно-прочностной модели, учитывающей все основные особенности деформативно-прочностных свойств материалов.

Методика разработана с учётом сложившихся в России и за рубежом методов проектирования, расчёта, конструирования и эксплуатации железобетонных внецентренно сжатых конструкций в промышленном и гражданском строительстве. Обычно в практике строительства армирование внецентренно сжатых элементов осуществляется установкой одиночной вертикальной арматуры в его торцевых участках по линии действия нормальной силы или изгибающего момента. По площади она может быть разной, но в большинстве случаев в элементах, испытывающих действия противоположных по знаку и близких по величине изгибающих моментов, когда значения усилий в них по расчёту оказываются примерно одинаковыми, она принимается симметричной и равной по качеству и площади.

Общая площадь расчётной рабочей продольной арматуры составляет, как правило, не более 3,0 % от площади поперечного сечения бетона. Стальная арматура, работающая на сжатие, площадью менее 0,1 % в расчётах не учитывается и её прочность принимается равной прочности на сжатие окружающего бетона.

Авторская нелинейная деформационно-прочностная модель представляет совокупность следующую основных важнейших составляющих нормального сечения: идеализированное представление поперечного сечения в виде схемы действующих внешних и внутренних усилий и напряжений; графической схемы распределения относительных деформаций материалов ε_b и ε_s , по закону плоского сечения; диаграммного метода представления реального механического состояния сжатого бетона, сжатой и растянутой арматуры; авторской гипотезы о физической зависимости предельных значений напряжений и относительных деформаций наиболее напряженных сжатых волокон бетона R_{bu} и ε_{bu} » («градиентов») поперечного сечения от относительной высоты его сжатой зоны $\frac{x}{h_0}$ и системы аналитических уравнений, отражающих равновесие предельных усилий и деформаций материалов.

Основной целью расчета по авторской модели является определение несущей способности поперечного сечения элемента с заранее заданной площадью наиболее напряженной сжатой арматуры A_s' и установление характера напряженного состояния и площади наименее напряженной арматуры A_s или установление его максимальной несущей способности при заданных площадях обоих арматур A_s' и A_s.

Для этого используются следующие предпосылки и гипотезы:

1. Представление механического состояния сжатого бетона, сжатой и растянутой арматуры при силовом нагружении рассчитываемого элемента в виде непрерывных геометрически криволинейных и физически нелинейных диаграмм, описываемых аналитическими зависимостями, в которых каждому значению напряжения σ_b или σ_s соответствует только одна величина соответствующей относительной деформации ε_b или ε_s.
2. Рассмотрение напряженно-деформированного состояния сжатого бетона неоднородным, диаграмма механического состояния которого вначале силового нагружения до напряжения R_b соответствует осевому сжатию, за пределами которого теоретически продолжается по пологой линии вверх, достигая своих предельных величин — «градиентов» R_{bu} и ε_{bu} на наиболее напряженных волокнах сжатой зоны бетона.
3. Единообразная по форме и структуре аналитическая зависимость $\sigma_b = \varphi(\varepsilon_b; E_b)$ для расчета элементов с «большими» или «малыми» эксцентриситетами с их критериальным разграничением при нулевых напряжениях σ_s и относительной деформацией ε_s в наименее напряженной арматуре.
4. Аналитическая зависимость напряжений R_{bu} и относительных деформаций ε_{bu} в бетоне от относительной высоты его сжатой зоны в нормальном сечении $\xi_b = \frac{x}{h_0}$.
5. Определяемая интегрально выпуклая криволинейно-параболическая эпюра нормальных напряжений в сжатом бетоне σ_b с соответствующей относительной деформацией ε_b.
6. Сопротивление бетона в растянутой зоне не учитывается.
7. Распределение относительных деформаций бетона ε_b и арматуры ε_s по линейному закону плоского сечения.

8. Продольная арматура в наименее напряженной зоне нормального сечения наделяется своими свойствами, когда ее площадь $A'_s \geq 0{,}1\,\%$ площади поперечного сечения бетона « $b \cdot h_0$ ». В противном случае ее прочность уподобляется прочности окружаемого сжатого бетона.
9. Совместное решение уравнений равновесия предельных усилий и деформаций материалов на всех этапах расчетов.
10. Критериями прочности нормального сечения являются достижения действующими напряжениями материалов своих предельных значений.

Экспериментальные исследования показывают, что эпюра напряженного состояния поперечного сечения внецентренно сжатых железобетонных элементов существенно многообразнее и сложнее изгибаемых. В зависимости от величины эксцентриситета e_0 нормальной силы N она может иметь не одно, а несколько геометрических изображений. Но их всех в зависимости от относительной величины эксцентриситета $\frac{e_0}{h_0}$ можно отразить двумя основными формами: с «малыми» (рис. 1 а) и «большими» (рис. 1 б) эксцентриситетами, отличающимися только наличием или отсутствием в эпюрах элементов зон растяжения бетона и наименее напряженной арматуры A_s.

К несомненным достоинствам нормативной модели (рис. 1 в) внецентренно-сжатого элемента относится исключительная простота и быстрота проведения статического и конструктивного расчетов по прочности нормального сечения. Однако и здесь разделение расчета на случаи «малых» и «больших» эксцентриситетов осуществляется введением разделительного критериального эмпирического значения относительной высоты сжатой зоны бетона $\xi_r = \frac{e_r}{h_0}$.

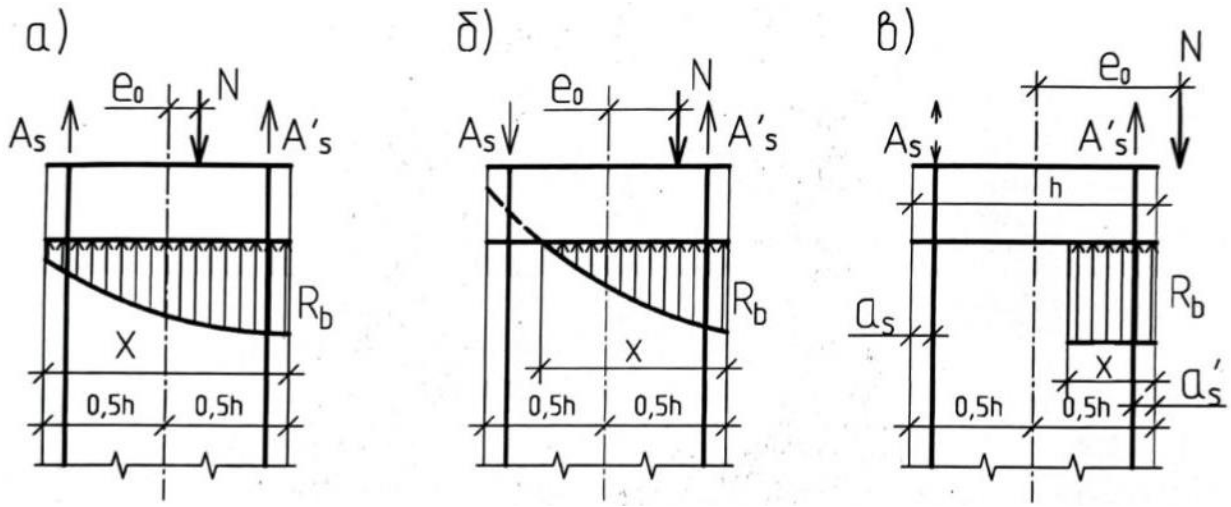

Рисунок 1. *Физические модели НДС в поперечном сечении внецентренно сжатого элемента по экспериментальным исследованиям: «а» — с «малыми» эксцентриситетами; «б» — с «большими» эксцентриситетами; «в» — по нормативной методике (разработано автором)*

Экспериментальные исследования показывают, что все возможные случаи разрушения внецентренно сжатых железобетонных элементов в расчетах можно в физических моделях отразить двумя неизменными формами: единой зоной сжатого бетона по всему поперечному сечению и сжатых арматур и двумя разными по величине элементами сжатой и растянутой зон бетона и напряжениями продольного сжатия в наиболее напряженной арматуре A'_s и

растяжения в наименее напряженной арматуре A_s, которые могут быть растянутыми от нуля до предела прочности на растяжение R_s.

Поэтому в авторской методике все ранее приведенные формы физической модели эпюр внецентренно сжатого элемента можно отразить лишь двумя элементами напряженного состояния, соответствующих «малым» (рис. 2 а) и «большим» эксцентриситетам (рис. 2 в). В качестве критерия величины расчетных эксцентриситетов авторская методика принимает работу наименее напряженной арматуры A_s на сжатие («малые» эксцентриситеты) и на растяжение («большие» эксцентриситеты), которые характерно контрастируют с единственной эпюрой сжатия, положенной в основу нормативной методики расчета [1].

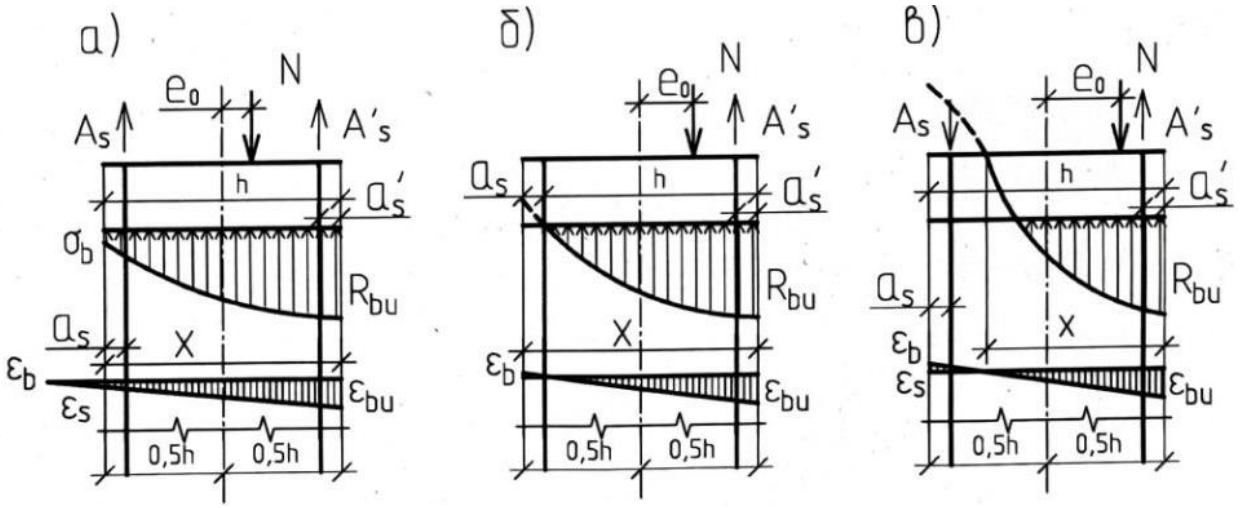

Рисунок 2. *Физические модели НДС в поперечном сечении внецентренно сжатого элемента по нелинейной деформационно-прочностной модели: «а» — с «малыми» эксцентриситетами; «б» — критериальная; «в» — с «большими» эксцентриситетами (разработано автором)*

Это позволило представить физические модели (рис. 2) в виде выпуклых параболических эпюр напряжений сжатой и растянутых зон с линейным распределением относительных деформаций расчетных усилий по высоте сечения.

По этим моделям и условиям равновесия усилий и деформаций предельные вертикальные усилия будут равны:

1. Модель «а» с «малыми» эксцентриситетами в бетоне и арматуре сжатой зоны соответственно; $Z_b = \omega \cdot b \cdot h_0 \cdot \xi \cdot R_{bu}$; наиболее напряженной $Z_s' = A_s' \cdot R_{sc}'$; и наименее напряженной $Z_s = A_s \cdot \sigma_s$.
2. Критериальная модель «б» — в бетоне сжатой зоны $Z_b = \omega \cdot b \cdot h_0 \cdot \xi \cdot R_{bu}$; в наиболее напряженной арматуре — $Z_s' = A_s' \cdot R_{sc}'$; и наименее напряженной арматуре $Z_s = 0{,}0$. Она имеет разделительное значение. При $\xi > 1{,}0$ расчет должен осуществляться по модели «малых» эксцентриситетов; при $\xi \leq 1{,}0$ — по модели «больших».
3. Модель «в» — «большие» эксцентриситеты в бетоне и арматуре сжатой зоны, соответственно, $Z_b = \omega \cdot b \cdot h_0 \cdot \xi \cdot R_{bu}$ и $Z_s' = A_s' \cdot R_{sc}'$, в арматуре растянутой зоны $Z_s = A_s \cdot \sigma_s$.

Несущая способность нормальных сечений внецентренно-сжатых элементов определяется равенством внутренних усилий и изгибающих моментов относительно:

1. Центра площади наименее напряженной арматуры в растянутой зоне A_s.

2. Центральной оси сечения.

3. Центра площади наиболее напряженной арматуры A'_s.

В качестве дополнительного способа проверки правильности полученного решения может служить равенство нормальных сил нагрузок и внутренних нормальных усилий в виде $N \leq \omega \cdot b \cdot h_0 \cdot \xi \cdot R_{bu} + A'_s R'_{sc} \pm A_s \cdot \sigma_s$.

По закону плоских сечений взаимозависимости предельных относительных деформаций по бетону и арматуре равны:

$$\varepsilon_{bu} = \frac{\varepsilon_s \cdot \xi}{1-\xi} \text{ и } \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{bu}(1-\xi)}{\xi}.$$

Большое количество неизвестных («ω; ξ; R_{bu}; γ_0; σ_s; ε_{bu}; ε_s; σ_b») в этих физических моделях требует установления аналитических взаимосвязей между характеристиками механического состояния бетона и арматуры.

Результаты

Кривая, ограничивающая площадь напряжений σ_b сжатой зоны бетона внецентренно-сжатого элемента, тождественна реальной физически нелинейной, геометрически криволинейной диаграмме механического однородного состояния бетона при центральном сжатии с ее теоретическим продолжением до предельных напряжений R_{bu} и деформаций ε_{bu} неоднородного состояния внецентренного сжатия.

По результатам многочисленных экспериментальных исследований [18–20; 22–26; 28; 32; 33; 37; 42; 45] было установлено постоянное увеличение предельных деформаций бетона при неоднородном напряженно-деформационном состоянии внецентренного сжатия с увеличением пластичности бетона, что присуще бетонам невысокой прочности, и с уменьшением относительной высоты сжатой зоны бетона и следующими зависимостями предельных деформаций бетона:

- для однородного напряженно-деформированного состояния центрального сжатия:

$$\varepsilon_{bu} = 1{,}2 \times 10^{-3} + 2{,}5 \times 10^{-5} \times R_b; \quad (1)$$

- при неоднородном напряженно-деформационном состоянии внецентренного сжатия и $\frac{e_0}{h_0} > 0{,}0$:

$$\varepsilon_{bu} = 1{,}2 \times 10^{-3} + 2{,}5 \times 10^{-5} \times R_b + 1{,}05 \times 10^{-2} \times \lambda_b^4 (1 - \xi). \quad (2)$$

В зависимостях (4.1) и (4.2) — λ_b является коэффициентом максимальной пластичности бетона в предельном состоянии центрального сжатия.

Таким образом, в соответствии с зависимостями (1) и (2) установлено, что предельные деформации бетона ε_b при сжатии ε_{bu}, в первую очередь, зависят от прочности бетона R_b. Так, по зависимости (1) при центральном сжатии величина предельной деформации увеличивается от 0,00144 для класса B15 до 0,00215 для класса B60, а по зависимости (2) при внецентренном сжатии при $\frac{e_0}{h_0} = 0{,}5$ только от 0,00258 до 0,00268.

Коэффициент пластичности бетона λ_b обычно в экспериментах и научной литературе оценивается отношением величин запаздывающих неупругих деформаций к общей сумме деформаций бетона при испытании на центральное сжатие. По авторской методике коэффициент максимальной пластичности бетона λ_b устанавливают отношением работы,

пошедшей на образование запаздывающих неупругих деформаций, к общей энергии на разрушение опытного образца.

По результатам многочисленных испытаний [9–11] получена аналитическая зависимость коэффициента максимальной пластичности от прочности бетона в предельном состоянии центрального сжатия, по которой его значение изменяется от 0,734 для класса В15 до 0,528 для класса В60 в виде:

$$\lambda_b = \frac{1}{1{,}25+0{,}015\cdot R_b}. \quad (3)$$

Изменяющаяся с уровнем нагружения пластичность бетона λ_{bu} по результатам проведенных исследований увеличивается пропорционально отношениям увеличения уровня напряжения (σ_b/R_b) или уровня деформации $(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})$ и оценивается следующими показателями:

$$\lambda_{bu1} = \lambda_b(\sigma_b/R_b)^3 \text{ и } \lambda_{bu2} = \lambda_b(\varepsilon_b/\varepsilon_{bR})^3. \quad (4)$$

При аппроксимации создаваемой диаграммы неоднородного напряженно-деформационного силового центрального сжатия с внецентренным сжатием бетона в авторской методике для описания кривой применена рациональная алгебраическая функция, по которой, зная величину напряжения σ_b, можно определить только одно значение соответствующей ему деформации ε_b:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b[1-\lambda_{bu1}\left(\frac{\sigma_b}{R_b}\right)]}. \quad (5)$$

Выражение (5) имеет в знаменателе аналитическое выражение авторского модуля деформации бетона:

$$E_b' = E_b[1-\lambda_{bu1}(\sigma_b/R_b)]. \quad (6)$$

Он более точно отражает характер физической связи $\varepsilon_b = \varphi(\sigma_b, E_b)$ бетона, чем нормативное определение E_b, как «начального модуля упругости».

Другим видом физической связи $\varepsilon_b = \varphi(\sigma_b, E_b)$, отраженной зависимостью (5), является вытекающее из неё рекуррентное аналитическое выражение, по которому по известному значению относительной деформации ε_b можно найти только одну, соответствующую ей величину действующего напряжения бетона σ_b в виде:

$$\sigma_b = \frac{\varepsilon_b\cdot E_b}{1+\lambda_{bu2}\frac{E_b\varepsilon_b}{R_b}}. \quad (7)$$

Находящуюся величину предельной деформации бетона ε_{bR} в показателе λ_{bu2} можно четко определить по зависимости (5) при условии $\sigma_b = R_b$, т. е. по выражению:

$$\varepsilon_{bR} = \frac{R_b}{E_b[1-\lambda_{bu1}]}. \quad (8)$$

Для многих вопросов и задач теории сопротивления и методики расчета железобетонных конструкций необходима точная аналитическая зависимость действительных деформативно-прочностных свойств арматурных сталей при силовом нагружении. Особенно это важно для расчетов внецентренно-сжатых элементов по нормальным сечениям, устанавливающих распределение деформаций бетона и арматуры по линейному закону плоских сечений. Полученные при этом постоянно неверные значения относительных деформаций растянутой арматуры ε_s при ее заданных значениях напряжений σ_s будут приводить к существенным ошибочным значениям деформации ε_b и напряжений σ_b бетона сжатой зоны и предельных усилий сопротивления.

Разнообразие деформативных свойств арматурных сталей затрудняет разработку несложной аналитической зависимости $\varepsilon_s = \varphi(\sigma_s)$, единой для всех групп арматурных сталей. Сложность решения подобной задачи объясняется тем, что стали, как и все реальные конструктивные материалы, при силовом нагружении деформируются неравновесно и нелинейно. Их неравновесность проявляется в том, что при нагружении помимо упруго-мгновенных развиваются и запаздывающие пластические деформации, а нелинейность объясняется отсутствием между напряжениями σ_s и деформациями ε_s — пропорциональной связи, что и приводит к их криволинейности деформирования.

Пластичность стали намного меньше пластичности тяжелых бетонов, и она прослеживается вначале минимальными отклонениями от прямолинейности закона Гука со средних уровней нагружения $\sigma_b = (0{,}35 \div 0{,}65)R_s$. Пластичность стали развивается с начальных уровней, достигая максимума, оцениваемого коэффициентом λ_s, с пределом её прочности R_s . По результатам многочисленных исследований [9–12; 14] коэффициент максимальной пластичности различных групп сталей λ_s зависит от их прочности и может быть описан аналитической функцией:

$$\lambda_s = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot R_{\text{т}} \text{ или } R_s. \tag{9}$$

Для сталей невысокой прочности классов А240 и А400, соответственно, он равен 0,06 и 0,10, а для сталей более высокой прочности классов А1000 — 0,25.

Текущая величина пластичности сталей при силовом растяжении и сжатии зависят от уровня их напряжения σ_s/R_s и определяется введением его показателей в виде λ_{s1} и λ_{s2} к коэффициенту максимальной пластичности λ_s равными:

$$\lambda_{s1} = \lambda_s(\sigma_s/R_s)^4 \text{ и } \lambda_{s2} = \lambda_s(\varepsilon_s/\varepsilon_{SR})^4. \tag{10}$$

Используя зависимости (9) и (10) коэффициента пластичности λ_s, авторская методика аппроксимирует их, применяя несложную рациональную алгебраическую функцию:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s\left[1-\lambda_{s1}\left(\frac{\sigma_s}{R_s}\right)\right]}. \tag{11}$$

Данная функция по известному напряжению σ_s позволяет определять соответствующую ему только одну величину относительной деформации ε_s.

Так, для сталей невысокой прочности, имеющих физическую площадку текучести, деформации входа в нее для классов А240 и А400, соответственно, равны 0,0013 и 0,0023, а деформации при шейке сталей высокой прочности классов А1000 будут равны 0,0067. Последние уже на 35 % являются большими, чем это дают нормы по своим кусочно-прямолинейным приближенным диаграммам.

Другим видом зависимости (11) и равным ей по величине является рекуррентное и вытекающее из нее аналитическое выражение:

$$\sigma_s = \frac{\varepsilon_s E_s}{1+\lambda_{s2}\frac{E_s\varepsilon_s}{R_s}}. \tag{12}$$

Величина предельной относительной деформации стали ε_{sR} определяется по зависимости (11) при равенстве $\sigma_s = R_s$:

$$\varepsilon_{SR} = \frac{R_s}{E_s[1-\lambda_s]}. \tag{13}$$

Таким образом, известному значению относительной деформации стали ε_s по зависимостям (9–13) соответствует только одна величина напряжения σ_s.

В целом разработанное автором решение по механическому состоянию силового растяжения арматурных сталей является универсальным, позволяющим более точно аппроксимировать физическую связь стали $\varepsilon_s = \varphi(\sigma_s)$.

В авторской методике предельное сопротивление сжатой зоны бетона обеспечивается тремя видами вертикальных усилий:

1. Предельным усилием бетона сжатой зоны, отражаемым произведением ее площади «$b \cdot h_0 \cdot \xi$» на показатель величины объема «ω» и предельной прочности бетона R_{bu}, равным $D_b = \omega \cdot b \cdot h_0 \cdot \xi \cdot R_{bu}$.
2. Предельное сопротивление заранее заданной площади наиболее напряженной сжатой арматуры $A'_s - Z_{s1} = A'_s R'_{sc}$.
3. Сопротивлением определяемой и заранее не заданной наименее напряженной арматуры A_s, которая для случая «малых» эксцентриситетов будет сжатой, а для «больших» эксцентриситетов — растянутой:

$$Z_s = A_s \cdot \sigma_s. \tag{14}$$

Огибающая кривая параболической выпуклой эпюры сжатого бетона тождественно равна геометрически криволинейной и физически нелинейной диаграмме механического состояния сжатого бетона с коэффициентом пластичности, аппроксимированной аналитической зависимости:

$$\sigma_{bz} = \frac{\varepsilon_{bu} E_b}{1 + \frac{\lambda_{bu2} E_b \varepsilon_{bu}}{R_b}}. \tag{15}$$

Площадь диаграммы в пределах прямоугольника размерами «x» и «R_{bu}» определяется по табличному интегралу в виде:

$$A = \frac{x R_b}{\lambda_b}\left[1 - \frac{R_b}{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b} ln\left(1 + \frac{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b}{R_b}\right)\right]. \tag{16}$$

Аналитический показатель объема эпюры сжатого бетона в пределах прямоугольника размерами «x» и «R_{bu}» будет равен:

$$\omega = \frac{R_b}{\lambda_b R_{bu}}\left[1 - \frac{R_b}{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b} ln\left(1 + \frac{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b}{R_b}\right)\right]. \tag{17}$$

Точно так же, по табличному интегралу для этой эпюры с показателем объема «ω» координата ее центра относительно нейтральной оси сечения равна:

$$\gamma = \frac{\left[0{,}5 - \frac{R_b}{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b} + \left(\frac{R_b}{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b}\right)^2 ln\left(1 - \frac{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b}{R_b}\right)\right]}{\left[1 - \frac{R_b}{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b}\left(1 + \frac{\lambda_b \varepsilon_{bu} E_b}{R_b}\right)\right]} \tag{18}$$

Трудоемкое определение координаты центра объема «γ» этой эпюры сжатого бетона по зависимости (18) легко упрощается аналитически заменой:

$$\gamma = 0{,}833 \times (1 - 0{,}4\omega). \tag{19}$$

Взаимозависимость двух других сомножителей предельного усилия в сжатой зоне: «ξ» и «R_{bu}» определяется только эмпирически.

По результатам многочисленных исследований [9–12; 14] установлено постоянное повышение предельной деформации «ε_{bu}» бетона изгибаемого и внецентренно сжатых элементов с уменьшением относительной высоты сжатой зоны бетона «ξ». При этом, по

сравнению с результатами расчетов по нормам величина несущей способности испытываемых элементов M_b также постоянно оказывается существенно большей.

Все это свидетельствует о постоянном увеличении предельной прочности бетона при изгибе и внецентренном сжатии «R_{bu}» с уменьшением относительной высоты сжатой зоны бетона. При этом, такое увеличение оказывается более существенным для бетонов невысокой прочности и значительной пластичности, чем для бетонов высокой прочности. О возможном повышении прочности бетона при изгибе в 1,25 раз говорил в своих работах А.Ф. Лолейт [13] и в 1,3 раза считал его увеличенным проф. В.И. Мурашев [14].

Действительно, при высокоскоростном нагружении при центральном сжатии прочность бетонов невысокой прочности классов В25-15 может повышаться вместе с повышением предельной сжимаемости соответственно в 1,5–1,75 раза, а бетонов высокой прочности В60 ÷ 40, соответственно, в 1,15–1,3 раза. Все это позволило выработать взаимосвязь относительной высоты сжатой зоны бетона изгибаемого элемента с его предельной прочностью при изгибе и внецентренном сжатии в виде

$$R_{bu} = R_b[1 + \lambda_b^4(1 - \xi)]. \quad (20)$$

При использовании зависимости (6.7) величина предельного сопротивления бетона при изгибе «R_{bu}» для бетонов классов В25÷15 увеличивается соответственно в 1,20÷1,30 раз, а для бетонов классов В60÷40 только в 1,10–1,15 раз.

Другим видом зависимости (15) является вытекающее из нее аналитическое рекуррентное выражение, позволяющее по известному напряжению σ_b получать одну величину соответствующей ему деформации в виде:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b[1 - \lambda_{bu1}\,\sigma_b/R_b]}. \quad (21)$$

В зависимостях (15) и (21) пластичность бетона с ростом напряжения σ_b постоянно увеличивается согласно множителю её коэффициента по зависимости (5) в виде $\lambda_{bu\,1} = (\sigma_b/R_b)^3$ до предельного состояния λ_b.

Предельное сопротивление растянутой зоны внецентренно-сжатого элемента обеспечивается вертикальным усилием стальной арматуры A_s, представляющим произведение ее площади на величину напряжения, которое может равняться пределу ее прочности R_s или даже для высокопрочных сталей несколько меньшей величины $\sigma_s < R_s$, а для сталей, имеющих реальную площадку текучести, равной пределу текучести $R_{\text{ту}}$.

Для высокопрочных сталей это будет равно:

$$Z_s = A_s\sigma_s.$$

Для сталей с площадкой текучести:

$$Z_s = A_s R_{\text{ту}}.$$

Учитывая большое количество неизвестных в зависимостях предельных усилий и несущей способности нормального сечения, аналитического решения задач получить невозможно. Необходим итерационный процесс численного определения равновесного состояния сечения, точность и трудоемкость алгоритмов которого определяется верным выбором в качестве систематически уточняемых одного или двух главных неизвестных с точностью численной величины возможной погрешности до ±1,0 %.

В авторской методике в качестве таких постоянно уточняемых в итерационном процессе неизвестных приняты: предельная деформация ε_{bu} и относительная величина сжатой зоны бетона ξ_n, средние величины и диапазоны изменения которых хорошо известны: ε_{bu} в среднем

равняется 0,0025 и колеблется в пределах 0,002÷0,003, а ξ_n обычно равна 0,20 и находится в пределах 0,05–0,50.

Поэтому авторская методика разделена на два направления расчетов. В первом направлении «А» при заданной внешней нагрузке в виде N, M и площади наиболее протяженной сжатой арматуры «A'_s» производится определение площади в виде усилия в наименее напряженной арматуре A'_s. Во втором направлении «Б» при известных площади сжатой A'_s, и наименее напряженной A_s арматур проверяется его прочность и несущая способность для заданной внешней нагрузки в виде M и N.

Рассмотрим полученные алгоритмы для обоих вариантов.

Вариант А. Прямая задача.

Задано: Размеры сечения "b" и "h_0"; класс бетона: "B", "E_b" ; класс и площадь сжатой арматуры: "A_s", "E_s"; изгибающий момент M и нормальная сила N. Найти: Вид усилия и площадь наименее напряженной арматуры A_s =?

1. Первоначально принимаем $\varepsilon_{bu\,0}$ = 0,0025.

2. Коэффициент максимальной пластичности бетона при внецентренном сжатии:

$$\lambda_{bu} = \frac{1}{1{,}25+0{,}015R_b}.$$

3. Первоначальная величина предела прочности бетона крайней фибры:

$$R_{bu\,0} = \frac{\varepsilon_{bu\,0}E_b}{1+\lambda_{bu2}\frac{E_b\varepsilon_{bu\,0}}{R_b}}.$$

4. Начальное и уточняемое с индексом “n” значение предельной деформации крайней сжатой фибры бетона:

$$\varepsilon_{bu\,n} = \frac{R_{bu\,0}}{E_b\left[1-\lambda_b\frac{R_{bu\,0}}{R_b}\right]}.$$

5. Начальное и в дальнейшем уточняемое с индексами “n” значение показателя объема эпюры сжатого бетона:

$$\omega_n = \frac{R_b}{\lambda_b R_{bu\,0}}\left[1-\frac{R_b}{\lambda_b\varepsilon_{bu\,n}E_b}ln\left(1+\frac{\lambda_b\varepsilon_{bu\,n}E_b}{R_b}\right)\right].$$

6. Начальное и уточняемое с индексом “n” значение координаты центра объема эпюры сжатия:

$$\gamma_0 = 0{,}833(1-0{,}4\omega_0).$$

7. Начальное и уточняемое с индексом “n” значение относительной высоты сжатой зоны:

$$\xi_0 = \frac{1}{2(1-\gamma_0)}\left(1-\sqrt{1-\frac{4\left[M+N(0{,}5h-a_s)-A'_sR'_s(h_0-a'_s)\right](1-\gamma_0)}{\omega_0 bh_0^2R_{bu\,0}}}\right).$$

8. Уточняемое с индексом “n” значение предела прочности крайней фибры бетона, учитывающее влияние относительной высоты сжатой зоны ξ_n:

$$R_{bu\,n} = R_b[1+\lambda_b^4(1-\xi_n)].$$

9. Повтор вычислений по позициям: 4, 5, 6 и 7 с индексами “n” до условия относительной разности в % между последующими данными ξ_n: позиции 7 и 7n равной или меньше 1,0 %. Принимаются последние действительные значения ξ_{n1}, ω_0, γ, $R_{bu\,0}$.

10. Результирующее значение $\xi_{n1} > 1{,}0$ соответствует случаю малых эксцентриситетов с усилием сжатия в наиболее удаленной арматуре A_s, а при $\xi_{nl} < 1{,}0$ случаю больших эксцентриситетов с усилием в этой арматуре A_s растяжения.

11. Необходимая площадь наиболее удаленной арматуры A_s:

$$\pm A_s = \frac{M - \omega b h_0^2 \xi R_{bu}\left[0{,}5 - \xi(1-\gamma_0) + \frac{a_s}{h_0}\right] - A_s R'_{sc}(h - a'_s)}{R_s(0{,}5h - a_s)}.$$

Вариант Б. Обратная задача.

Задано: Размеры сечения "b", "h", "a_s", "h_0"; класс бетона: "B-N"; "E_b-N"; класс арматуры: "A-N" с "R_T" или "R_s", "E_s"; площадь арматуры: сжатой "$A'_s - N$" и растянутой "A-N". Найти: M и N — прочность и несущую способность элемента при внецентренном сжатии от внешней нагрузки.

1. Предельное усилие в сжатой арматуре:

$$Z'_{sc} = A'_s \cdot R_{sc}.$$

2. Предельное усилие в наиболее удаленной арматуре:

$$Z_s = A_s \cdot R_s.$$

3. Принятие начальной величины предельной деформации бетона:

$$\varepsilon_{bu} = 0{,}002 \div 0{,}003.$$

4. Коэффициент максимальной пластичности бетона:

$$\lambda_b = \frac{1}{1{,}25 + 0{,}015 R_b}.$$

5. Первоначальная величина предела прочности бетона крайней сжатой фибры бетона:

$$R_{bu\,0} = \frac{\varepsilon_{bu\,0} E_b}{1 + \lambda_b \frac{E_b \varepsilon_{bu\,0}}{R_b}}.$$

6. Начальное и уточняемое с индексом “n” значение предельной деформации крайней фибры сжатого бетона:

$$\varepsilon_{bu\,n} = \frac{R_{bu\,0}}{E_b\left[1 - \lambda_b \frac{R_{bu\,0}}{R_b}\right]}.$$

7. Начальное и в дальнейшем уточняемое с индексом “n” значение показателя объема эпюры сжатого бетона:

$$\omega_n = \frac{R_b}{\lambda_b R_{bu\,0}}\left[1 - \frac{R_b}{\lambda_b \varepsilon_{bu\,n} E_b} ln\left(1 + \frac{\lambda_b \varepsilon_{bu\,n} E_b}{R_b}\right)\right].$$

8. Начальное и уточняемое с индексом “n” значение координаты центра объема эпюры сжатого бетона:

$$\gamma_0 = 0{,}833(1 - 0{,}4\omega_n).$$

9. Начальное и уточняемое с индексом “n” значение относительной длины сжатой зоны бетона:

$$\xi_0 = \frac{1}{2(1-\gamma_0)}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\left[M + N\left(0{,}5h - a'_s\right) - A'_s R_{sc}(h - a'_s)\right](1-\gamma_0)}{\omega_0 b h_0^2 R_{bu\,0}}}\right).$$

10. Уточняемое с индексом “n” значение предела прочности крайней фибры бетона:

$$R_{bu\,1} = R_b[1 + \lambda_b^4(1 - \xi_{b1})].$$

11. Уточняемое с индексом “n” значение предельной деформации крайней фибры бетона:

$$\varepsilon_{bu\,n} = \frac{R_{bu}}{E_b\left[1-\lambda_b\frac{R_{bu\,1}}{R_b}\right]}.$$

12. Уточняемое с индексом “n” значение показателя объема эпюры сжатия бетона:

$$\omega_n = \frac{R_b}{\lambda_b R_{bu\,1}}\left[1 - \frac{R_b}{\lambda_b \varepsilon_{bu\,n} E_b} ln\left(1 + \frac{\lambda_b \varepsilon_{bu\,n} E_b}{R_b}\right)\right].$$

13. Уточняемое с индексом “n” значение координаты центра объема эпюра сжатия:

$$\gamma_0 = 0{,}833(1 - 0{,}4\omega_0).$$

14. Уточняемое с индексом “n” значение относительной высоты сжатой зоны:

$$\xi_1 = \frac{1}{2(1-\gamma_0)}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4[M+N(0{,}5h-a_s)-A_s'R_s'(h_0-a_s')](1-\gamma_0)}{\omega_0 b h_0^2 R_{bu\,1}}}\right).$$

15. Относительная разность в % между последними данными ξ_n позиций ξ_1 и ξ_n и если она больше 1,0 %, то вновь повторение вычислений по пунктам: 10; 11; 12; 13 и 14 и определение разности показаний 14 и 14 n.

При относительной разности последних значений позиций 14 и 14n меньше 1,0 %, устанавливается последнее действительное значение ξ_n и соответствующие ему значения: ω_1; γ_1; R_{bun}.

16. Действительное значение сопротивления сжатой зоны бетона:

$$Д_b = \omega_n \cdot b \cdot h_0 \cdot \xi_n \cdot R_{bun}.$$

17. Максимальная внешняя нормальная сила:

$$N = \omega_n \cdot b \cdot h_0 \cdot \xi_n \cdot R_{bun} + A_s'R_{sc}' \pm A_sR_s.$$

18. Максимальный изгибающий момент при $A_s'R_s' = A_sR_s$ равен:

$$M = A_s'R_{sc}'(h_0 - a_s') + \omega_n \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \xi_n \cdot R_{bu}\left[1 - \xi(1-\gamma_0) + \frac{a_s'}{h_0}\right] - N(0{,}5h - a_s).$$

Обсуждение

Сопоставление теоретически обоснованных положений о работе железобетона в условиях внецентренного сжатия с данными, полученными в результате проведения экспериментальных исследований позволило прийти к следующим выводам и результатам:

1. В рамках проведенного исследования были получены математические зависимости составляющих напряженно-деформированного состояния бетона и арматуры при внецентренном сжатии при использовании действительных криволинейных диаграмм деформирования.
2. Были предложены алгоритмы выполнения расчета внецентренно-сжатого железобетонного элемента по прочности нормальных сечений для вариантов прямой и обратной задач.

3. Установлено, что применение авторской методики способно существенно уточнить распределение напряжений в сжатом бетоне и учесть нелинейную работу материалов. Это повышает точность расчетов внецентренно-сжатых сечений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Донченко О.М. Актуальные проблемы капитального строительства. В сборнике: Наука и инновации в строительстве. Сборник докладов VI Международной научно-практической конференции, посвященной 50-летию кафедры строительства и городского хозяйства. Белгород, 2022 — С. 205–216.
2. Алмазов В.О. Проектирование железобетонных конструкций по евронормам // БСТ: Бюллетень строительной техники. 2013 — № 6(946) — С. 61–63.
3. Сулейманова, Л.А. Поведение бетона под нагрузкой, механизм его разрушения и оценка этого процесса / Л.А. Сулейманова // Вестник Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова. — 2016. — № 1. — С. 68–75.
4. Санжаровский Р.С., Манченко М.М. Нелинейная теория ползучести бетона и железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017 — № 1 — С. 1.
5. Kabantsev O., Perelmuter A. Plastic behavior particularities of structures subjected to seismic loads // Magazine of Civil Engineering. 2021 — № 5(105) — С. 10513.
6. Pugh, J.S., Lowes, L.N., Lehman, D.E., Nonlinear line-element modeling of flexural reinforced concrete walls // Engineering Structures, 2015 — 104 — С. 174–192.
7. Донченко О.М., Сулейманова Л.А., Крючков А.А., Логачев К.И. Универсальная аналитическая зависимость деформативно-прочностных свойств арматурных сталей при силовом растяжении // Вестник Белгородского государственного технологического университета имени В.Г. Шухова, 2022 — № 8 — С. 27–34.
8. Донченко О.М. Сопротивление коротких бетонных элементов внецентренному сжатию с большими эксцентриситетами // Вестник Белгородского государственного технологического университета имнени В.Г. Шухова. 2022 — № 4 — С. 49–56.
9. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. О диаграммной методике расчета деформаций стержневых элементов и ее частных случаях // Бетон и железобетон, 2012 — № 6 — С. 20–27.
10. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Рядайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Строительство и реконструкция. — Орел: Изд. ОГТУ, 2012 — № 2 — С. 11–20.
11. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Рядайкин О.В. Анализ и совершенствование криволинейных диаграмм деформирования бетона для расчета железобетонных конструкций по деформационной модели // Промышленное и гражданское строительство, 2013 — № 1 — С. 28–30.

12. Кодыш Э.Н., Трекин Н.Н., Никитин И.К., Соседов К.Е. Практические методы и примеры расчета железобетонных конструкций из тяжелых бетонов по СП = 63.13330. М, 2017 — 496 с.

13. Тамразян А.Г. Вклад проф. Лолейта А.Ф. в развитие теории железобетона. В сборнике: "Лолейтовские чтения-150". Современные методы расчета железобетонных и каменных конструкций по предельным состояниям. Сборник докладов Международной научно-практической конференции, посвященной 150-летию со дня рождения профессора, автора методики расчета железобетонных конструкций по стадии разрушения, основоположника советской научной школы теории железобетона, основателя и первого заведующего кафедрой железобетонных конструкций Московского инженерно-строительного института (МИСИ) А.Ф. Лолейта. Под редакцией А.Г. Тамразяна. 2018 — С. 3–13.

14. Мурашев В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона. Машстройздат, 1950 — 267 с.

Donchenko Oleg Mikhailovich
Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Belgorod, Russia
E-mail: Sk31.sm@gmail.com
RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=600339

Suleymanova Lyudmila Alexandrovna
Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Belgorod, Russia
E-mail: ludmilasuleimanova@yandex.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1180-558X
RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=445219
WoS: https://www.webofscience.com/wos/author/rid/I-3971-2018
SCOPUS: https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=55876997500

Esipov Stanislav Maksimovich
Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Belgorod, Russia
E-mail: bgtu@esipov-sm.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3170-0099
RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=772458
WoS: https://www.webofscience.com/wos/author/rid/HOH-2745-2023
SCOPUS: https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57215862375

Calculation of non-centrally compressed reinforced concrete elements according to the strength of normal cross-sections based on a nonlinear deformation-strength model

Abstract. The article is devoted to the study of the actual stress-strain state of reinforced concrete elements in conditions of off-center compression, as well as the implementation of the prerequisites for such a state in the proposed calculation method.

According to the current norms of the design of reinforced concrete structures, the calculation of the strength of normal sections of non-centrally compressed elements should be carried out according to the methodology of a new nonlinear deformation model using diagrammatic methods for representing the mechanical state of compressible concrete, compressed and stretched reinforcement with the distribution of relative deformations of these materials according to the law of flat sections. The positive factors of the calculation model include the use in it as the basis of the most important characteristic of reinforced concrete cross-section — its actual physical rigidity, reflecting the state of the main phenomena of deformation of an off-center compressed element under force loading, and a diagrammatic method for representing the mechanical state of compressed concrete, compressed and stretched reinforcement.

At the same time, there are disadvantages, which include ignoring the actual inhomogeneous nonlinear stress-strain state of the concrete of the compressed zone, the use of artificial geometrically approximate piecewise rectilinear, rather than curved diagrams of the mechanical state, a significant decrease in the accuracy of the calculation compared to the force calculation of the limiting forces, the multiplicity of iterative analytical calculation operations.

The proposed calculation method based on a nonlinear deformation-strength model that takes into account all the main features of the deformation-strength properties of materials is aimed at solving these problems. Within the framework of the conducted research, mathematical dependences of the components of the stress-strain state of concrete and reinforcement under off-center compression were obtained using real continuous curvilinear deformation diagrams.

Keywords: reinforced concrete; off-center compression; deformation diagram; stresses; normal cross-section; strength; nonlinearity