

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2026, Том 18, № 4 / 2026, Vol. 18, Iss. 4 <https://esj.today/issue-4-2026.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/38ECVN426.pdf>

DOI: 10.15862/38ECVN426 (<https://doi.org/10.15862/38ECVN426>)

2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки)

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Патрин, А. В. Исследование влияния отношения стрелы подъема к пролету на работу конструкций железобетонных круговых арок разных типов / А. В. Патрин, Г. Л. Козинец // Вестник евразийской науки. — 2026. — Т. 18. — № 4. — URL: <https://esj.today/PDF/38ECVN426.pdf>. DOI: 10.15862/38ECVN426.

**For citation:**

Patrin A.V., Kozinets G.L. Research on the effect of the rise-to-span ratio on the structural behavior of different types of reinforced concrete circular arches. *The Eurasian Scientific Journal*. 2026;18(4): 38ECVN426. Available at: <https://esj.today/PDF/38ECVN426.pdf>. DOI: 10.15862/38ECVN426. (In Russ., abstract in Eng.).

**УДК 69.07**

**Патрин Артём Владимирович**

ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», Санкт-Петербург, Россия  
Аспирант

E-mail: [kappafamily@mail.ru](mailto:kappafamily@mail.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2963-443X>

**Козинец Галина Леонидовна**

ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», Санкт-Петербург, Россия  
Высшая школа гидротехнического и энергетического строительства

Директор

Доктор технических наук, профессор

E-mail: [kozinets\\_gl@spbstu.ru](mailto:kozinets_gl@spbstu.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6877-8420>

РИНЦ: [https://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=624625](https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=624625)

## **Исследование влияния отношения стрелы подъема к пролету на работу конструкций железобетонных круговых арок разных типов**

**Аннотация.** Оптимизация строительных конструкций является одной из главных задач современного проектирования. Для подбора оптимальной конфигурации необходимо учитывать зависимость работы конструкции от её геометрических, прочностных и физических параметров. Параметры делятся по степени влияния на главные, изменение значений которых значительно влияет на работу конструкции в целом, и второстепенные, влияние которых ограничивается локальными зонами конструкции. Для арочных конструкций одним из главных параметров является отношение стрелы подъема к пролету.

В данной статье представлены методы и результаты исследования влияния отношения стрелы подъема к пролету на работу конструкций железобетонных круговых трехшарнирных, бесшарнирных и двухшарнирных арок пролетом 12 и 24 м с симметричным армированием и отношением стрелы подъема к пролету равным 1:12, 1:10, 1:8, 1:6, 1:4, 1:2,5 под действием симметричной и несимметричной нагрузок. Расчет конструкций выполнялся в программной среде Mathcad, статическими методами с применением метода сил для статически неопределимых систем.

В результатах исследования приведены значения предельных усилий, опорных реакций и их относительные изменения при вариации отношения стрелы подъема к пролету, а также значения коэффициента использования для рассматриваемых конструкций. Выводы, полученные в статье, могут быть использованы для предварительной оценки эффекта от изменения отношения стрелы подъема к пролету для разных типов железобетонных арок, без необходимости проведения дополнительного расчета.

**Ключевые слова:** железобетонные арки; круговые арки; отношение стрелы подъема к пролету; стрела подъема; пролет; метод сил; внутренние усилия; опорные реакции; коэффициент использования; эффективность

## Введение

Арочные конструкции имеют широкий спектр применения в гражданском и промышленном строительстве. Данный тип конструкций применяется в качестве покрытий складов, ангаров, производственных цехов, торгово-развлекательных, спортивных и выставочных комплексов, где требуется обеспечить эксплуатацию полезной площади помещений без промежуточных опор. Также арочные конструкции используются для создания опор мостов, навесов. Некоторые конструкции рассчитываются как арки из-за схожей работы элементов, например, цилиндрические оболочки и своды-оболочки [1].

Преимуществом арочных конструкций является сложное напряженно-деформированное состояние, при действии вертикальной нагрузки на арки в сечениях конструкции возникают комбинации сжимающих сил и изгибающих моментов с преобладанием продольных сил, из-за чего элементы арки становятся внецентренно сжатыми [2; 3].

Арочные конструкции классифицируются по очертанию осей на криволинейные, полигональные и треугольные. Криволинейные в свою очередь подразделяются на параболические, круговые, эллиптические и ползучие. По отношению стрелы подъема к пролету арки делятся на пологие, отношение стрелы подъема к пролету менее 1:6, и подъемистые, отношение более 1:6, менее 1:2. По статической работе арочные конструкции могут быть трехшарнирными, двухшарнирными, бесшарнирными. По типу сечения профиля делятся на арки сплошного профиля и сквозного [4]. В статье рассматриваются круговые, пологие и подъемистые арки, относящиеся по статической работе к трехшарнирным, двухшарнирным, бесшарнирным, по типу сечения к сплошным.

Основными материалами служат сталь, дерево, монолитный и сборный железобетон. Выбор материала выполняется с учетом эстетических и конструктивных требований проекта. От выбранного материала зависит работа конструкции, из монолитного железобетона в большинстве случаев изготавливаются бесшарнирные арки, из стали, сборного железобетона и дерева двухшарнирные [5]. Также от материала зависит распределение напряжений в сечении. В однородных материалах, к таким относится сталь, нормальные напряжения изменяются линейно по высоте сечения до достижения предела текучести, в то время как в композитных материалах, сборном и монолитном железобетоне, распределение нелинейное и зависит от положения нейтральной оси и совместности деформаций в сечении [6].

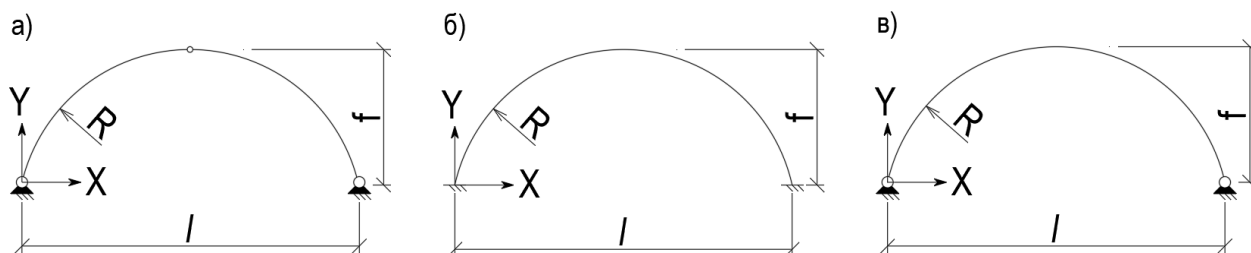
Так как арочные конструкции обладают большим количеством геометрических, физико-механических и конструктивных параметров, одной из главных задач по их исследованию является определение оптимальной конфигурации конструкции. В существующих исследованиях уделено внимание подбору оптимального очертания арок на основе разработанных математических моделей и алгоритмов [7–10], эффективного решетчатого профиля арочных конструкций на основе данных расчета методом конечных элементов [11], размеров и формы поперечного сечения, согласно данным деформационного расчета и метода последовательных уточнений

[12], конструктивной схемы, согласно данным расчета методом конечных элементов[2]. Также особое внимание уделено методикам расчета как численными, так и аналитическими методами. Расчет арочных конструкций может выполняться методом конечных элементов, статическим расчетом с использованием метода сил или метода перемещений, методом последовательных аппроксимаций [13–17].

Однако, в источниках не исследуется зависимость усилий, возникающих в конструкции, и опорных реакций от отношения подъема стрелы к пролету. В случае, если подъем стрелы не регламентирован эстетическими требованиями к проекту или регламентирован в некотором диапазоне, то для получения наиболее рационального сочетания усилий, которое влияет на напряженно-деформированное состояние конструкций и их материалоемкость, необходимо рассматривать несколько вариантов формы арки с разным отношением подъема стрелы к пролету. Опорные реакции, оказывают значительное влияние на конфигурацию нижележащих конструкций, варьирование отношения стрелы подъема к пролету позволит подобрать оптимальное сочетание опорных реакций, что критически важно при реконструкции зданий, когда нижележащие конструкции не могут быть изменены. Также в источниках не исследуется зависимость эффективности работы конструкций железобетонных арок от отношения подъема стрелы к пролету.

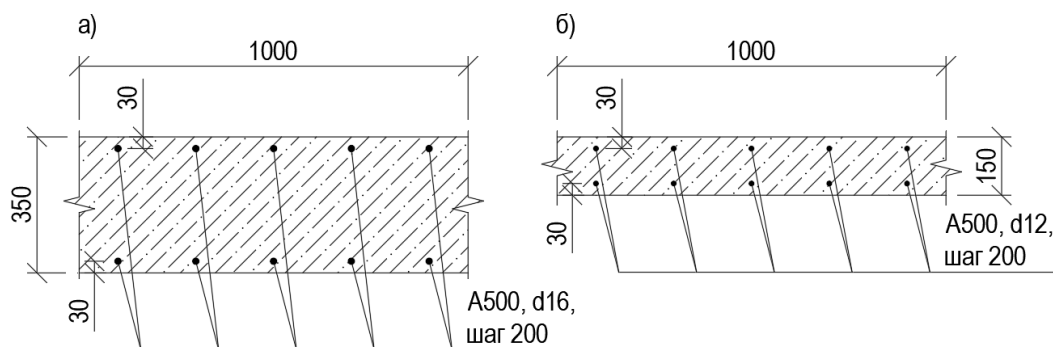
### Материалы и методы

В данной статье рассматриваются круговые железобетонные трехшарнирные, двухшарнирные, бесшарнирные арки (рис. 1), пролетом 12 и 24 м с отношением стрелы подъема к пролету 1:12; 1:10; 1:8; 1:6; 1:4; 1:2,5. Расчет арки выполняется для двух пролетов с целью верификации гипотез и подтверждения полученных результатов.



$l$  — пролет арки;  $f$  — стрела подъема;  $R$  — радиус арки

**Рисунок 1.** Расчетные схемы арок: а — трехшарнирная арка, б — бесшарнирная арка, в — двухшарнирная арка (составлено автором)



**Рисунок 2.** Рассчитываемые сечения: а — сечение толщиной 350 мм, для арок пролетом 24 м, б — сечение толщиной 150 мм, для арок пролетом 12 м (составлено автором).

Сечения арок прямоугольные, толщиной 150 и 350 мм, из тяжелого бетона класса В30 и арматуры класса А500 диаметром 12 и 16 мм, установленной с шагом 200 мм. Сечение а (рис. 2) используется для арок пролетом 24 м, сечение б для арок пролетом 12 м. Сечения предварительно подобраны из условия обеспечения прочности наиболее напряженного варианта конструкции на рассматриваемых пролетах при внецентренном сжатии. Объект располагается в III снеговом районе.

Задача исследования — определение зависимостей усилий, опорных реакций и эффективности конструкции от отношения стрелы подъема к пролету для разных статических схем арок.

Исследование работы конструкций выполнялось при помощи аналитического расчета методом сил для элементарного участка арки шириной 1 м. Расчет выполнялся в вычислительной среде MathCad для симметричной и несимметричной снеговой нагрузки, совместно с действием веса конструкций.

### Определение геометрических параметров арки

Радиус круговой арки  $R$  описывается формулой:

$$R = \frac{l^2}{8f} + \frac{f}{2}, \quad (1)$$

где:

$l$  — пролет арки;

$f$  — стрела подъема.

Форма арки описывается формулой:

$$y(x) = \sqrt{R^2 - \left(x - \frac{l}{2}\right)^2} - R + f. \quad (2)$$

Угол наклона касательной  $\varphi$  в каждой точке:

$$\varphi(x) = \arctan \left( \frac{\frac{l}{2} - x}{\sqrt{R^2 - \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}} \right). \quad (3)$$

### Сбор нагрузок

Значение суммы постоянной и полезной нагрузки на горизонтальную проекцию:

$$q_{const}(x) = \frac{g \cdot h \cdot t \cdot \gamma_f + F}{\cos \left( \arcsin \left( \frac{\frac{l}{2} - x}{R} \right) \right)}, \quad (4)$$

где:

$g = 25 \text{ кН/м}^2$  — удельный вес железобетонной конструкции;

$h$  — толщина конструкции;

$t = 1 \text{ м}$  — ширина рассчитываемого участка;

$\gamma_f = 1,1$  — коэффициент надежности нагрузки для веса железобетонной конструкции;

$F = 1,77 \text{ кН/м}$  — полезная нагрузка, на элемент конструкции шириной 1 м.

Функция в знаменателе необходима для перехода от нагрузки по длине арки к нагрузке на горизонтальную проекцию.

Значение распределенной по длине арки симметричной снеговой нагрузки на горизонтальную проекцию:

$$q_{\text{snow,sym}}(x) = S_{0,\text{sym}}(x) \cdot \gamma_s \cdot t, \quad (5)$$

где:

$\gamma_s = 1,4$  — коэффициент надежности для снеговой нагрузки;

$S_{0,\text{sym}}(x)$  — нормативное значение симметричной снеговой нагрузки на горизонтальную проекцию.

$$S_{0,\text{sym}}(x) = c_e \cdot c_t \cdot \mu_1(x) \cdot S_g, \quad (6)$$

где:

$S_g = 1,5 \text{ кН/м}^2$  — нормативное значение веса снегового покрова на 1 м<sup>2</sup> горизонтальной поверхности земли принимаемый в соответствии с снеговым районом;

$c_e = 1$  — коэффициент, учитывающий снос снега с покрытий зданий под действием ветра или иных факторов;

$c_t = 1$  — термический коэффициент;

$\mu_1$  — коэффициент формы, учитывающий переход от веса снегового покрова земли к снеговой нагрузке на покрытие при симметричной нагрузке согласно СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия».<sup>1</sup>

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 0; & x \leq x_{60^\circ} \\ \cos(1,5 \cdot \varphi(x)); & x_{60^\circ} < x \leq l - x_{60^\circ} \\ 0; & l - x_{60^\circ} < x \leq l. \end{cases} \quad (7)$$

Значение распределенной по длине арки несимметричной снеговой нагрузки на горизонтальную проекцию:

$$q_{\text{snow,assym}}(x) = S_{0,\text{assym}}(x) \cdot \gamma_s \cdot t, \quad (8)$$

где:

$S_{0,\text{assym}}(x)$  — нормативное значение несимметричной снеговой нагрузки на горизонтальную проекцию.

$$S_{0,\text{assym}}(x) = c_e \cdot c_t \cdot \mu_2(x) \cdot S_g, \quad (9)$$

где:

$\mu_2$  — коэффициент формы, учитывающий переход от веса снегового покрова земли к снеговой нагрузке на покрытие при несимметричной нагрузке.

<sup>1</sup> Свод правил СП 20.13330.2016 "Нагрузки и воздействия". Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85. Москва: Стандартинформ, 2016.

$$\mu_2(x) = \begin{cases} 0; & x \leq x_{60^\circ} \\ 2 \cdot \sin(3 \cdot \varphi(x_{30^\circ})) \cdot \frac{x - x_{60^\circ}}{x_{30^\circ} - x_{60^\circ}}; & x_{60^\circ} < x \leq x_{30^\circ} \\ 2 \cdot \sin(3 \cdot \varphi(x_{30^\circ})) \cdot \frac{\frac{l}{2} - x}{\frac{l}{2} - x_{30^\circ}}; & x_{30^\circ} < x \leq \frac{l}{2} \\ \sin(3 \cdot \varphi(x_{30^\circ})) \cdot \frac{x - \frac{l}{2}}{\frac{l}{2} - x_{30^\circ}}; & \frac{l}{2} < x \leq l - x_{30^\circ} \\ \sin(3 \cdot \varphi(x_{30^\circ})) \cdot \frac{l - x - x_{60^\circ}}{x_{30^\circ} - x_{60^\circ}}; & l - x_{30^\circ} < x \leq l - x_{60^\circ} \\ 0; & l - x_{60^\circ} < x \leq l. \end{cases} \quad (10)$$

Суммарная симметричная нагрузка  $q_{sym}(x)$  рассчитывается по формуле:

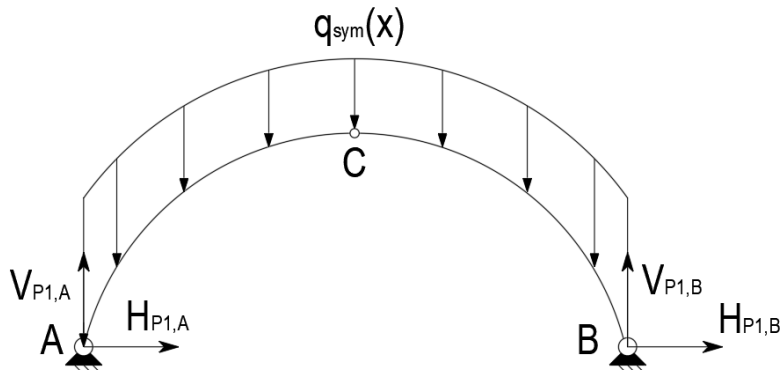
$$q_{sym}(x) = q_{const}(x) + q_{snow,sym}(x). \quad (11)$$

Суммарная несимметричная нагрузка  $q_{assym}(x)$  рассчитывается по формуле:

$$q_{assym}(x) = q_{const}(x) + q_{snow,assym}(x). \quad (12)$$

### Расчет трехшарнирной арки

Статический расчет трехшарнирной арки на симметричную нагрузку выполняется в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 3.



**Рисунок 3.** Расчетная схема трехшарнирной арки с действующей симметричной нагрузкой (составлено автором)

Вертикальные и горизонтальные опорные реакции определяются из уравнений равновесия сил и моментов системы.

$$\sum V = V_{Pl,A} + V_{Pl,B} - \int_0^l q_{sym}(x) dx = 0, \quad (13)$$

$$\sum H = H_{Pl,A} + H_{Pl,B} = 0, \quad (14)$$

$$\sum M_{C,слева} = -V_{Pl,A} \cdot \frac{l}{2} + H_{Pl,A} \cdot f + \int_0^{\frac{l}{2}} q_{sym}(x) dx \cdot \left( \frac{l}{2} - x_{sym} \right) = 0, \quad (15)$$

$$\sum M_{C,справа} = V_{PI,B} \cdot \frac{l}{2} + H_{PI,B} \cdot f - \int_{\frac{l}{2}}^l q_{sym}(x) dx \cdot \left( \frac{l}{2} - x_{sym} \right) = 0, \quad (16)$$

где:

$x_{sym}$  — координата  $x$  центра тяжести нагрузки  $q_{sym}(x)$  левой части от центрального шарнира.

$$x_{sym} = \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} x \cdot q_{sym}(x) dx}{\int_0^{\frac{l}{2}} q_{sym}(x) dx}. \quad (17)$$

Нахождение неизвестных выполняется путем решения численными методами в среде MathCad.

Определение внутренних усилий в арке выполняется исходя из усилий эквивалентной балки. Эквивалентная балка — двухшарнирная балка пролетом, равным пролету арки и аналогичной нагрузкой СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения».<sup>2</sup>

Усилия эквивалентной балки:

$$Q_{PI,EB}(x) = V_{PI,A} - \int_0^x q_{sym}(x) dx. \quad (18)$$

$$M_{PI,EB}(x) = \int_0^x Q_{PI,EB}(x) dx. \quad (19)$$

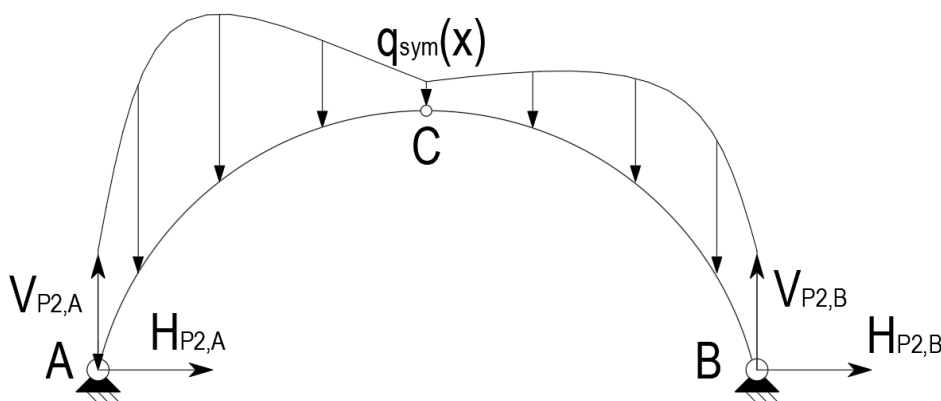
Усилия трехшарнирной арки с симметричной нагрузкой:

$$N_{PI}(x) = - \left( H_{PI,A} \cdot \cos(\varphi(x)) + Q_{PI,EB}(x) \cdot \sin(\varphi(x)) \right). \quad (20)$$

$$Q_{PI}(x) = Q_{PI,EB}(x) \cdot \cos(\varphi(x)) - H_{PI,A} \cdot \sin(\varphi(x)). \quad (21)$$

$$M_{PI}(x) = M_{PI,EB}(x) - H_{PI,A} \cdot y(x). \quad (22)$$

Статический расчет трехшарнирной арки на несимметричную нагрузку выполняется в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 4.



**Рисунок 4.** Расчетная схема трехшарнирной арки с действующей несимметричной нагрузкой (составлено автором)

<sup>2</sup> Свод правил СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003 (с Изменением № 1). Москва: Стандартинформ; 2018.

Уравнения равновесия трехшарнирной арки с действующей несимметричной нагрузкой:

$$\sum V = V_{P2,A} + V_{P2,B} - \int_0^l q_{assym}(x)dx = 0, \quad (23)$$

$$\sum H = H_{P2,A} + H_{P2,B} = 0, \quad (24)$$

$$\sum M_{C,слева} = -V_{P2,A} \cdot \frac{l}{2} + H_{P2,A} \cdot f + \int_0^{\frac{l}{2}} q_{assym}(x)dx \cdot \left(\frac{l}{2} - x_{assym,left}\right) = 0, \quad (25)$$

$$\sum M_{C,справа} = V_{P2,B} \cdot \frac{l}{2} + H_{P2,B} \cdot f - \int_{\frac{l}{2}}^l q_{assym}(x)dx \cdot \left(x_{assym,right} - \frac{l}{2}\right) = 0, \quad (26)$$

где:

$x_{assym,left}$  — координата  $x$  центра тяжести нагрузки  $q_{assym}(x)$  левой части от центрального шарнира;

$x_{assym,right}$  — координата  $x$  центра тяжести нагрузки  $q_{assym}(x)$  правой части от центрального шарнира;

$$x_{assym,left} = \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} x \cdot q_{assym}(x)dx}{\int_0^{\frac{l}{2}} q_{assym}(x)dx}. \quad (27)$$

$$x_{assym,right} = \frac{\int_{\frac{l}{2}}^l x \cdot q_{assym}(x)dx}{\int_{\frac{l}{2}}^l q_{assym}(x)dx}. \quad (28)$$

Усилия эквивалентной балки:

$$Q_{P2,EB}(x) = V_{P2,A} - \int_0^x q_{assym}(x)dx. \quad (29)$$

$$M_{P2,EB}(x) = \int_0^x Q_{P2,EB}(x)dx. \quad (30)$$

Усилия трехшарнирной арки:

$$N_{P2}(x) = -(H_{P2,A} \cdot \cos(\varphi(x)) + Q_{P2,EB}(x) \cdot \sin(\varphi(x))). \quad (31)$$

$$Q_{P2}(x) = Q_{P2,EB}(x) \cdot \cos(\varphi(x)) - H_{P2,A} \cdot \sin(\theta(x)). \quad (32)$$

$$M_{P2}(x) = M_{P2,EB}(x) - H_{P2,A} \cdot y(x). \quad (33)$$

### Расчет статически неопределимых арок

Бесшарнирная и двухшарнирная арки представляют собой статически неопределимые системы, определение усилий в которых невозможно с помощью одних только уравнений статики из-за превышения количества неизвестных реакций связей над количеством независимых уравнений статики. Для нахождения усилий в элементах конструкции используется метод сил, позволяющий заменить часть связей на эквивалентные неизвестные силы или моменты и найти их из условия отсутствия деформаций в направлении связи и принципа суперпозиции [1]. Указанные принципы математически описываются системой канонических уравнений метода сил.



Данное решение позволяет воспользоваться результатами расчета трехшарнирной арки, полученными ранее, для расчета грузовых коэффициентов.

Статический расчет вспомогательной расчетной схемы 1 выполняется в соответствии с рисунком 5.

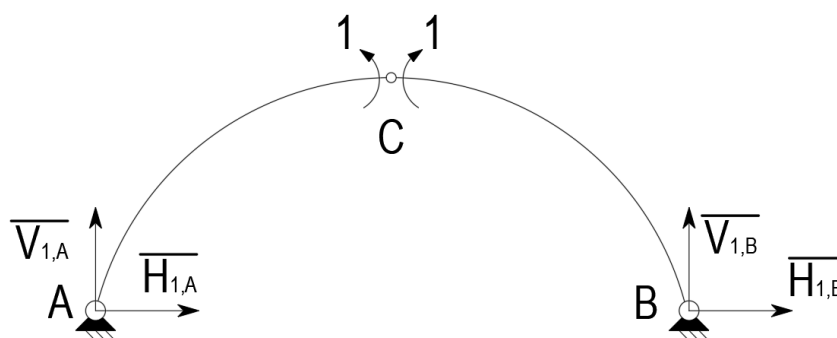


Рисунок 5. Вспомогательная расчетная схема 1 (составлено автором).

Уравнения равновесия вспомогательной расчетной схемы 1:

$$\sum V = \overline{V_{1,A}} + \overline{V_{1,B}} = 0. \quad (39)$$

$$\sum H = \overline{H_{1,A}} + \overline{H_{1,B}} = 0. \quad (40)$$

$$\sum M_{C.слева} = -\overline{V_{1,A}} \cdot \frac{l}{2} + \overline{H_{1,A}} \cdot f + l = 0. \quad (41)$$

$$\sum M_{C.справа} = \overline{V_{1,B}} \cdot \frac{l}{2} + \overline{H_{1,B}} \cdot f - l = 0. \quad (42)$$

Усилия эквивалентной балки для вспомогательной расчетной схемы 1:

$$\overline{Q_{1,EB}}(x) = \overline{V_{1,A}}. \quad (43)$$

$$\overline{M_{1,EB}}(x) = \int_0^x \overline{Q_{1,EB}}(x) dx. \quad (44)$$

Усилия в элементах вспомогательной расчетной схемы 1:

$$\overline{N_1}(x) = -(\overline{H_{1,A}} \cdot \cos(\varphi(x)) + \overline{Q_{1,EB}}(x) \cdot \sin(\varphi(x))). \quad (45)$$

$$\overline{Q_1}(x) = \overline{Q_{1,EB}}(x) \cdot \cos(\varphi(x)) - \overline{H_{1,A}} \cdot \sin(\varphi(x)). \quad (46)$$

$$\overline{M_1}(x) = \overline{M_{1,EB}}(x) - \overline{H_{1,A}} \cdot y(x). \quad (47)$$

Статический расчет вспомогательной расчетной схемы 2 выполняется в соответствии с рисунком 6.

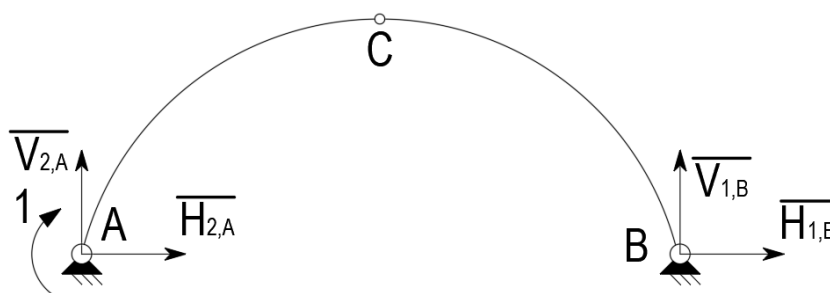


Рисунок 6. Вспомогательная расчетная схема 2 (составлено автором)

Уравнения равновесия вспомогательной расчетной схемы 2:

$$\sum V = \overline{V}_{2.A} + \overline{V}_{2.B} = 0. \quad (48)$$

$$\sum H = \overline{H}_{2.A} + \overline{H}_{2.B} = 0. \quad (49)$$

$$\sum M_{C.слева} = -\overline{V}_{2.A} \cdot \frac{l}{2} + \overline{H}_{2.A} \cdot f - l = 0. \quad (50)$$

$$\sum M_{C.справа} = \overline{V}_{2.B} \cdot \frac{l}{2} + \overline{H}_{2.B} \cdot f = 0. \quad (51)$$

Усилия эквивалентной балки для вспомогательной расчетной схемы 2:

$$\overline{Q}_{2.EB}(x) = \overline{V}_{2.A}. \quad (52)$$

$$\overline{M}_{2.EB}(x) = l + \int_0^x \overline{Q}_{2.EB}(x) dx. \quad (53)$$

Усилия в элементах вспомогательной расчетной схемы 2:

$$\overline{N}_2(x) = -(\overline{H}_{2.A} \cdot \cos(\varphi(x)) + \overline{Q}_{2.EB}(x) \cdot \sin(\varphi(x))). \quad (54)$$

$$\overline{Q}_2(x) = \overline{Q}_{2.EB}(x) \cdot \cos(\varphi(x)) - \overline{H}_{2.A} \cdot \sin(\varphi(x)). \quad (55)$$

$$\overline{M}_2(x) = \overline{M}_{2.EB}(x) - \overline{H}_{2.A} \cdot y(x). \quad (56)$$

Статический расчет вспомогательной расчетной схемы 3 выполняется в соответствии с рисунком 7.

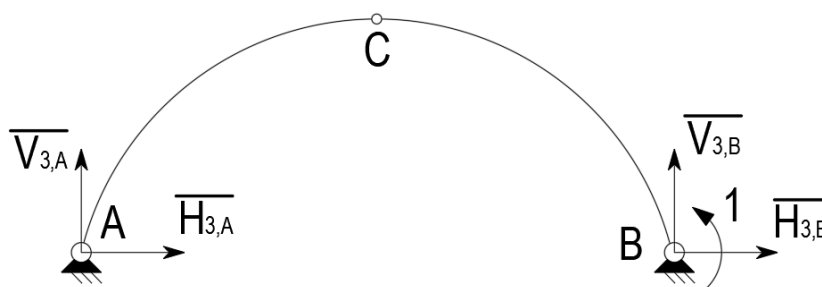


Рисунок 7. Вспомогательная расчетная схема 3 (составлено автором)

Уравнения равновесия вспомогательной расчетной схемы 3:

$$\sum V = \overline{V}_{3.A} + \overline{V}_{3.B} = 0. \quad (57)$$

$$\sum H = \overline{H}_{3.A} + \overline{H}_{3.B} = 0. \quad (58)$$

$$\sum M_{C.слева} = -\overline{V}_{3.A} \cdot \frac{l}{2} + \overline{H}_{3.A} \cdot f = 0. \quad (59)$$

$$\sum M_{C.справа} = \overline{V}_{3.B} \cdot \frac{l}{2} + \overline{H}_{3.B} \cdot f + l = 0. \quad (60)$$

Усилия эквивалентной балки для вспомогательной расчетной схемы 3:

$$\overline{Q}_{3.EB}(x) = \overline{V}_{3.A}. \quad (61)$$

$$\overline{M}_{3.EB}(x) = l + \int_0^x \overline{Q}_{3.EB}(x) dx. \quad (62)$$

Усилия в элементах вспомогательной расчетной схемы 3:

$$\overline{N}_3(x) = -(\overline{H}_{3,A} \cdot \cos(\varphi(x)) + \overline{Q}_{3,EB}(x) \cdot \sin(\varphi(x))). \quad (63)$$

$$\overline{Q}_3(x) = \overline{Q}_{3,EB}(x) \cdot \cos(\varphi(x)) - \overline{H}_{3,A} \cdot \sin(\varphi(x)). \quad (64)$$

$$\overline{M}_3(x) = \overline{M}_{3,EB}(x) - \overline{H}_{3,A} \cdot y(x). \quad (65)$$

После получения результатов расчета вспомогательных и грузовых систем выполняется расчет неизвестных из канонической системы уравнений метода сил, составленных для систем.

Система уравнений для бесшарнирной арки под действием симметричной нагрузки:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \Delta_{1P1} = 0 \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \Delta_{2P1} = 0 \\ \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \Delta_{3P1} = 0. \end{cases} \quad (66)$$

Система уравнений для бесшарнирной арки под действием несимметричной нагрузки:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_4 + \delta_{12} \cdot X_5 + \delta_{13} \cdot X_6 + \Delta_{1P2} = 0 \\ \delta_{21} \cdot X_4 + \delta_{22} \cdot X_5 + \delta_{23} \cdot X_6 + \Delta_{2P2} = 0 \\ \delta_{31} \cdot X_4 + \delta_{32} \cdot X_5 + \delta_{33} \cdot X_6 + \Delta_{3P2} = 0. \end{cases} \quad (67)$$

Система уравнений для двухшарнирной арки под действием симметричной нагрузки:

$$\delta_{11} \cdot X_7 + \Delta_{1P1} = 0. \quad (68)$$

Система уравнений для двухшарнирной арки под действием несимметричной нагрузки:

$$\delta_{11} \cdot X_8 + \Delta_{1P2} = 0. \quad (69)$$

После нахождения неизвестных реакций, усилия в исходной схеме:

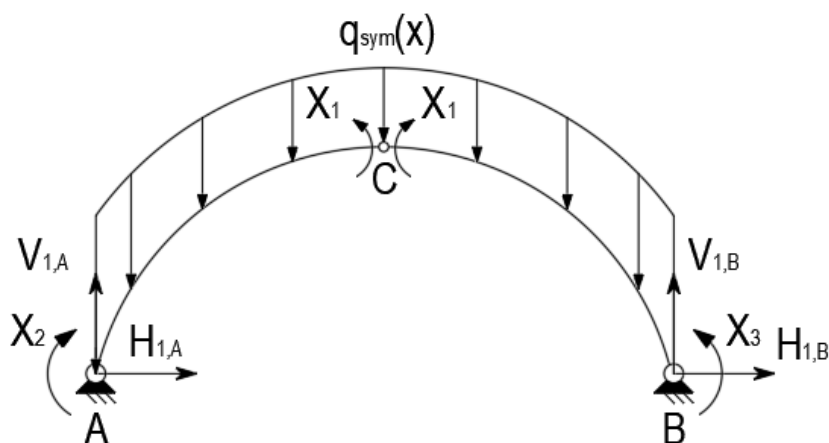
$$M_k(x) = \overline{M}_i(x) \cdot X_{i.Pk} + \overline{M}_{i+1}(x) \cdot X_{i+1.Pk} + \dots + \overline{M}_n(x) \cdot X_{n.Pk} + M_{Pk}(x). \quad (70)$$

$$N_k(x) = \overline{N}_i(x) \cdot X_{i.Pk} + \overline{N}_{i+1}(x) \cdot X_{i+1.Pk} + \dots + \overline{N}_n(x) \cdot X_{n.Pk} + N_{Pk}(x). \quad (71)$$

$$Q_k(x) = \overline{Q}_i(x) \cdot X_{i.Pk} + \overline{Q}_{i+1}(x) \cdot X_{i+1.Pk} + \dots + \overline{Q}_n(x) \cdot X_{n.Pk} + Q_{Pk}(x). \quad (72)$$

Определение опорных реакций эквивалентной системы выполняется из условий выполнения уравнений равновесия с учетом найденных неизвестных реакций.

Определение опорных реакций в бесшарнирной арке при действии симметричной нагрузки выполняется в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 8.



**Рисунок 8.** Эквивалентная система бесшарнирной арки при действии симметричной нагрузки (составлено автором)

Уравнения равновесия эквивалентной системы бесшарнирной арки при действии симметричной нагрузки:

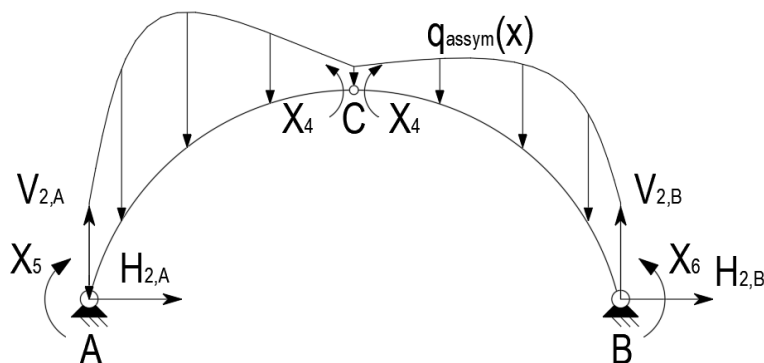
$$\sum V = V_{l.A} + V_{l.B} - \int_0^l q_{sym}(x)dx = 0. \quad (73)$$

$$\sum H = H_{l.A} + H_{l.B} = 0. \quad (74)$$

$$\sum M_{C.слева} = -V_{l.A} \cdot \frac{l}{2} + H_{l.A} \cdot f + \int_0^{\frac{l}{2}} q_{sym}(x)dx \cdot \left(\frac{l}{2} - x_{sym}\right) - X_2 + X_l = 0. \quad (75)$$

$$\sum M_{C.справа} = V_{l.B} \cdot \frac{l}{2} + H_{l.B} \cdot f - \int_{\frac{l}{2}}^l q_{sym}(x)dx \cdot \left(\frac{l}{2} - x_{sym}\right) + X_3 - X_l = 0. \quad (76)$$

Определение опорных реакций в бесшарнирной арке при действии несимметричной нагрузки выполняется в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 9.



**Рисунок 9.** Эквивалентная система бесшарнирной арки при действии несимметричной нагрузки (составлено автором)

Уравнения равновесия эквивалентной системы бесшарнирной арки при действии несимметричной нагрузки:

$$\sum V = V_{2.A} + V_{2.B} - \int_0^l q_{assym}(x)dx = 0. \quad (77)$$

$$\sum H = H_{2.A} + H_{2.B} = 0. \quad (78)$$

$$\sum M_{C.слева} = -V_{2.A} \cdot \frac{l}{2} + H_{2.A} \cdot f + \int_0^{\frac{l}{2}} q_{assym}(x)dx \cdot \left(\frac{l}{2} - x_{assym.left}\right) - X_5 + X_4 = 0. \quad (79)$$

$$\sum M_{C.справа} = V_{2.B} \cdot \frac{l}{2} + H_{2.B} \cdot f - \int_{\frac{l}{2}}^l q_{assym}(x)dx \cdot \left(x_{assym.rigth} - \frac{l}{2}\right) + X_6 - X_4 = 0. \quad (80)$$

Определение опорных реакций в двухшарнирной арке при действии симметричной нагрузки выполняется в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 10.

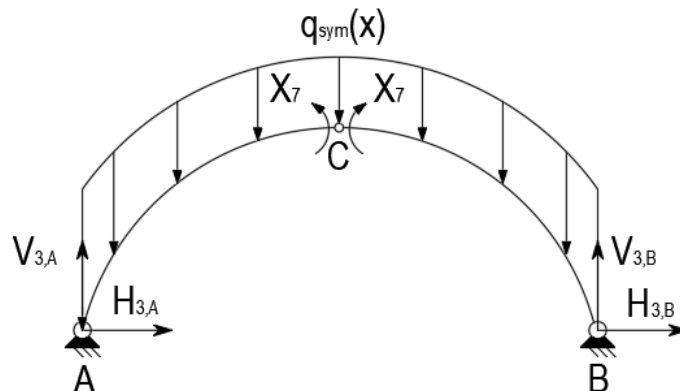
Уравнения равновесия эквивалентной системы двухшарнирной арки при действии симметричной нагрузки:

$$\sum V = V_{3.A} + V_{3.B} - \int_0^l q_{sym}(x)dx = 0. \quad (81)$$

$$\sum H = H_{3.A} + H_{3.B} = 0. \quad (82)$$

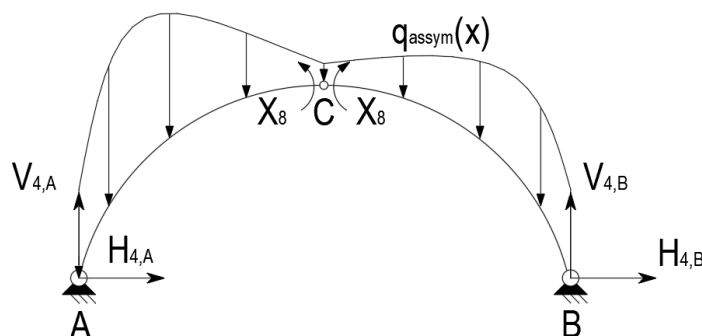
$$\sum M_{C.слева} = -V_{3.A} \cdot \frac{l}{2} + H_{3.A} \cdot f + \int_0^{\frac{l}{2}} q_{sym}(x) dx \cdot \left(\frac{l}{2} - x_{sym}\right) + X_7 = 0. \quad (83)$$

$$\sum M_{C.справа} = V_{3.B} \cdot \frac{l}{2} + H_{3.B} \cdot f - \int_{\frac{l}{2}}^l q_{sym}(x) dx \cdot \left(\frac{l}{2} - x_{sym}\right) - X_7 = 0. \quad (84)$$



**Рисунок 10.** Эквивалентная система двухшарнирной арки при действии симметричной нагрузки (составлено автором)

Определение опорных реакций в двухшарнирной арке при действии несимметричной нагрузки выполняется в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 11.



**Рисунок 11.** Эквивалентная система двухшарнирной арки при действии несимметричной нагрузки (составлено автором)

Уравнения равновесия эквивалентной системы двухшарнирной арки при действии несимметричной нагрузки:

$$\sum V = V_{4.A} + V_{4.B} - \int_0^l q_{assym}(x) dx = 0. \quad (85)$$

$$\sum H = H_{4.A} + H_{4.B} = 0. \quad (86)$$

$$\sum M_{C.слева} = -V_{4.A} \cdot \frac{l}{2} + H_{4.A} \cdot f + \int_0^{\frac{l}{2}} q_{assym}(x) dx \cdot \left(\frac{l}{2} - x_{assym.left}\right) + X_8 = 0. \quad (87)$$

$$\sum M_{C.справа} = V_{4.B} \cdot \frac{l}{2} + H_{4.B} \cdot f - \int_{\frac{l}{2}}^l q_{assym}(x) dx \cdot \left(x_{assym.rigth} - \frac{l}{2}\right) - X_8 = 0. \quad (88)$$

Элементы трехшарнирных, двухшарнирных и бесшарнирных арок испытывают внецентренно-сжатое напряженно-деформированное состояние. Условие прочности и устойчивости внецентренно-сжатого железобетонного элемента.

$$M_{ult.k}(x) \geq M_{pr.k}(x), \quad (89)$$

где:

$M_{pr.k}(x)$  — приведенный момент;

$M_{ult.k}(x)$  — предельно-допустимый изгибающий момент.

$$M_{pr.k}(x) = |N_k(x)| \cdot e_k(x), \quad (90)$$

где:

$N_k(x)$  — сжимающее усилие;

$e_k(x)$  — расстояние от точки приложения продольной силы до центра тяжести сечения растянутой или наименее сжатой (при полностью сжатом сечении элемента) арматуры, равное

$$e_k(x) = e_{0.k}(x) + \frac{h_0 - a'_s}{2}, \quad (91)$$

где:

$e_{0.k}(x)$  — начальный эксцентриситет;

$h_0$  — рабочая высота сечения;

$a'_s$  — расстояние от равнодействующей усилий в сжатой арматуре до ближайшей грани сечения, согласно «СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения».<sup>2</sup>

$$e_{0.k}(x) = \left| \frac{M_k(x)}{N_k(x)} \right|, \quad (92)$$

где:

$M_k(x)$  — изгибающий момент.

$$M_{ult.k}(x) = R_b \cdot b \cdot h'_{b.k}(x) \cdot \left( h_0 - \frac{h'_{b.k}(x)}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s). \quad (93)$$

$$h'_{b.k}(x) = \frac{|N_k(x)| + R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot A}. \quad (94)$$

Эффективность работы конструкций оценивается коэффициентом эффективности равному отношению приведенного момента к предельно-допустимому изгибающему моменту в сечении.

$$K_{opt.k}(x) = \frac{M_{pr.k}(x)}{M_{ult.k}(x)}. \quad (95)$$

### Результаты исследования

Рассматриваемые конструкции представляют собой сплошные железобетонные арки постоянного сечения с симметричным армированием, из-за чего оценку изгибающего момента и поперечных сил допустимо выполнять по абсолютному значению, без учета знака.

В таблицах 1, 3 представлены максимальные и минимальные значения усилий, полученные при расчете конструкций пролетом 12 м и 24 м соответственно. Согласно полученным данным, все арки на большинстве участков пролета испытывают внецентренное сжатие, на части участков пролета сжатие центральное, вне зависимости от типа приложенной нагрузки.

В таблицах 2, 4 указаны изменения предельных усилий, действующих в арках. Предельными называются усилия, наибольшие по абсолютному значению среди всех усилий, действующих в сечениях конструкции. Приведенные в таблицах значения изменений являются относительными, каждый показатель вычислен относительно его значения в предыдущей строке. Согласно данным, при действии симметричной нагрузки абсолютное значение предельного изгибающего момента снижается с переходом от большего отношения стрелы подъема к пролету к меньшему в интервале 29–64 %, предельной продольной силы увеличивается в интервале 10–26 %. Абсолютное значение предельной поперечной силы уменьшается в интервале 28–54 %. Величина снижения значения уменьшается с каждым последующим переходом.

При действии несимметричной нагрузки абсолютное значение предельного изгибающего момента первоначально уменьшается с переходом от большего отношения стрелы подъема к пролету к меньшему в интервале 33–70 %, но после нескольких переходов увеличивается в интервале 8–50 %. Для бесшарнирных арок пролетом 12 м увеличение возникает при переходе с отношения стрелы подъема к пролету 1:4 на 1:6. Для трехшарнирных и двухшарнирных арок пролетом 12 м и бесшарнирных арок пролетом 24 м увеличение возникает при переходе с 1:6 на 1:8. Для трехшарнирных и двухшарнирных арок пролетом 24 м увеличение происходит при переходе с 1:8 на 1:10. Абсолютное значение предельной продольной силы увеличивается при переходе от большего отношения стрелы подъема к меньшему в интервале 5–22 %. Значение предельной поперечной силы первоначально уменьшается с переходом от большего отношения стрелы подъема к пролету к меньшему в интервале 22–57 %, но после нескольких переходов увеличивается в интервале 2–23 %. Для арок пролетом 12 м увеличение возникает при переходе с 1:8 на 1:10, для арок пролетом 24 м увеличение происходит при переходе с 1:10 на 1:12.

**Таблица 1**

**Предельные усилия, действующие в сечениях конструкций пролетом 12 м**

| $f/l$                                                           | $M_{max}, кН·м$ | $M_{min}, кН·м$ | $N_{max}, кН$ | $N_{min}, кН$ | $Q_{max}, кН$ | $Q_{min}, кН$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                 |                 |               |               |               |               |
| 1:2,5                                                           | 0,00            | -24,16          | -34,64        | -67,86        | 20,24         | -20,24        |
| 1:4                                                             | 0,00            | -9,49           | -54,00        | -76,51        | 10,11         | -10,11        |
| 1:6                                                             | 0,00            | -4,35           | -80,25        | -96,41        | 5,20          | -5,20         |
| 1:8                                                             | 0,00            | -2,51           | -106,76       | -119,32       | 3,14          | -3,14         |
| 1:10                                                            | 0,00            | -1,64           | -133,36       | -143,60       | 2,09          | -2,09         |
| 1:12                                                            | 0,00            | -1,16           | -160,00       | -168,63       | 1,50          | -1,50         |
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                 |                 |               |               |               |               |
| 1:2,5                                                           | 0,35            | -20,09          | -32,30        | -71,30        | 17,99         | -17,07        |
| 1:4                                                             | 1,14            | -6,87           | -49,72        | -75,66        | 7,85          | -5,43         |
| 1:6                                                             | 2,95            | -2,77           | -73,31        | -91,21        | 3,72          | -1,37         |
| 1:8                                                             | 4,19            | -1,46           | -97,53        | -111,10       | 2,32          | -1,68         |
| 1:10                                                            | 4,86            | -1,09           | -122,30       | -133,17       | 2,71          | -1,91         |
| 1:12                                                            | 5,23            | -1,00           | -147,60       | -156,62       | 2,77          | -2,07         |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |                 |                 |               |               |               |               |
| 1:2,5                                                           | 17,50           | -10,54          | -36,21        | -68,21        | 21,77         | -21,77        |
| 1:4                                                             | 6,37            | -4,21           | -54,70        | -76,93        | 10,67         | -10,67        |
| 1:6                                                             | 2,44            | -2,02           | -80,36        | -96,51        | 5,27          | -5,27         |
| 1:8                                                             | 1,60            | -1,35           | -106,19       | -118,82       | 2,87          | -2,87         |
| 1:10                                                            | 1,48            | -1,22           | -131,81       | -142,17       | 1,50          | -1,50         |
| 1:12                                                            | 1,59            | -1,51           | -157,05       | -165,84       | 0,86          | -0,86         |

| $f/l$                                                           | $M_{max}, кН\cdot м$ | $M_{min}, кН\cdot м$ | $N_{max}, кН$ | $N_{min}, кН$ | $Q_{max}, кН$ | $Q_{min}, кН$ |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |                      |                      |               |               |               |               |
| 1:2,5                                                           | 9,70                 | -9,43                | -33,62        | -72,14        | 19,39         | -18,23        |
| 1:4                                                             | 2,28                 | -2,90                | -50,15        | -76,30        | 8,49          | -5,47         |
| 1:6                                                             | 1,70                 | -3,11                | -73,15        | -91,37        | 4,01          | -0,87         |
| 1:8                                                             | 2,05                 | -4,46                | -96,73        | -110,62       | 3,04          | -1,13         |
| 1:10                                                            | 2,39                 | -5,35                | -120,63       | -131,81       | 3,74          | -1,29         |
| 1:12                                                            | 2,72                 | -6,09                | -144,70       | -154,04       | 4,05          | -1,40         |
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                      |                      |               |               |               |               |
| 1:2,5                                                           | 11,96                | -18,60               | -32,15        | -67,32        | 17,81         | -17,81        |
| 1:4                                                             | 5,23                 | -7,05                | -52,25        | -75,47        | 8,71          | -8,71         |
| 1:6                                                             | 2,73                 | -3,09                | -78,88        | -95,32        | 4,38          | -4,38         |
| 1:8                                                             | 1,98                 | -1,61                | -105,43       | -118,15       | 2,51          | -2,51         |
| 1:10                                                            | 1,83                 | -0,85                | -131,83       | -142,19       | 1,51          | -1,51         |
| 1:12                                                            | 1,96                 | -0,38                | -158,04       | -166,77       | 0,86          | -0,86         |
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                      |                      |               |               |               |               |
| 1:2,5                                                           | 8,44                 | -16,31               | -30,60        | -70,93        | 16,33         | -15,42        |
| 1:4                                                             | 3,22                 | -5,81                | -48,99        | -75,22        | 7,27          | -4,84         |
| 1:6                                                             | 3,08                 | -2,68                | -73,22        | -91,15        | 3,67          | -1,36         |
| 1:8                                                             | 3,92                 | -1,74                | -97,79        | -111,33       | 2,44          | -1,70         |
| 1:10                                                            | 4,56                 | -1,49                | -122,68       | -133,52       | 2,54          | -1,94         |
| 1:12                                                            | 5,05                 | -1,23                | -147,85       | -156,86       | 2,70          | -2,09         |

Составлено автором

Таблица 2

**Относительное изменение предельных усилий в арках  
пролетом 12 м в зависимости от отношения стрелы подъема к пролету**

| $f/l$                                                           | $\Delta M _{max}, \%$ | $\Delta N _{max}, \%$ | $\Delta Q _{max}, \%$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                       |                       |                       |
| 1:2,5                                                           | —                     | —                     | —                     |
| 1:4                                                             | -61 %                 | 13 %                  | -50 %                 |
| 1:6                                                             | -54 %                 | 26 %                  | -49 %                 |
| 1:8                                                             | -42 %                 | 24 %                  | -40 %                 |
| 1:10                                                            | -35 %                 | 20 %                  | -33 %                 |
| 1:12                                                            | -29 %                 | 17 %                  | -28 %                 |
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| 1:2,5                                                           | —                     | —                     | —                     |
| 1:4                                                             | -66 %                 | 6 %                   | -56 %                 |
| 1:6                                                             | -57 %                 | 21 %                  | -53 %                 |
| 1:8                                                             | 42 %                  | 22 %                  | -38 %                 |
| 1:10                                                            | 16 %                  | 20 %                  | 17 %                  |
| 1:12                                                            | 8 %                   | 18 %                  | 2 %                   |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |                       |                       |                       |
| 1:2,5                                                           | —                     | —                     | —                     |
| 1:4                                                             | -64 %                 | 13 %                  | -51 %                 |
| 1:6                                                             | -62 %                 | 25 %                  | -51 %                 |
| 1:8                                                             | -34 %                 | 23 %                  | -46 %                 |
| 1:10                                                            | -8 %                  | 20 %                  | -48 %                 |
| 1:12                                                            | 7 %                   | 17 %                  | -43 %                 |
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |                       |                       |                       |
| 1:2,5                                                           | —                     | —                     | —                     |
| 1:4                                                             | -70 %                 | 6 %                   | -56 %                 |
| 1:6                                                             | 7 %                   | 20 %                  | -53 %                 |
| 1:8                                                             | 43 %                  | 21 %                  | -24 %                 |
| 1:10                                                            | 20 %                  | 19 %                  | 23 %                  |
| 1:12                                                            | 14 %                  | 17 %                  | 8 %                   |

| $f/l$                                                           | $\Delta M _{max}, \%$ | $\Delta N _{max}, \%$ | $\Delta Q _{max}, \%$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                       |                       |                       |
| <i>1:2,5</i>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <i>1:4</i>                                                      | -62 %                 | 12 %                  | -51 %                 |
| <i>1:6</i>                                                      | -56 %                 | 26 %                  | -50 %                 |
| <i>1:8</i>                                                      | -36 %                 | 24 %                  | -43 %                 |
| <i>1:10</i>                                                     | -8 %                  | 20 %                  | -40 %                 |
| <i>1:12</i>                                                     | 7 %                   | 17 %                  | -43 %                 |
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <i>1:2,5</i>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <i>1:4</i>                                                      | -64 %                 | 6 %                   | -55 %                 |
| <i>1:6</i>                                                      | -47 %                 | 21 %                  | -50 %                 |
| <i>1:8</i>                                                      | 27 %                  | 22 %                  | -34 %                 |
| <i>1:10</i>                                                     | 16 %                  | 20 %                  | 4 %                   |
| <i>1:12</i>                                                     | 11 %                  | 17 %                  | 6 %                   |

Составлено автором

Таблица 3

**Предельные усилия, действующие в сечениях конструкций пролетом 24 м**

| $f/l$                                                           | $M_{max}, кН\cdot м$ | $M_{min}, кН\cdot м$ | $N_{max}, кН$ | $N_{min}, кН$ | $Q_{max}, кН$ | $Q_{min}, кН$ |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                      |                      |               |               |               |               |
| <i>1:2,5</i>                                                    | 0,00                 | -153,01              | -115,54       | -232,93       | 66,01         | -66,01        |
| <i>1:4</i>                                                      | 0,00                 | -57,50               | -178,02       | -255,20       | 31,12         | -31,12        |
| <i>1:6</i>                                                      | 0,00                 | -25,79               | -262,26       | -316,18       | 15,54         | -15,54        |
| <i>1:8</i>                                                      | 0,00                 | -14,77               | -347,50       | -388,89       | 9,28          | -9,28         |
| <i>1:10</i>                                                     | 0,00                 | -9,63                | -433,21       | -466,74       | 6,18          | -6,18         |
| <i>1:12</i>                                                     | 0,00                 | -6,80                | -519,16       | -547,31       | 4,41          | -4,41         |
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                      |                      |               |               |               |               |
| <i>1:2,5</i>                                                    | 0,74                 | -136,57              | -110,76       | -239,82       | 61,42         | -59,58        |
| <i>1:4</i>                                                      | 1,95                 | -46,91               | -169,00       | -253,25       | 26,28         | -21,32        |
| <i>1:6</i>                                                      | 6,19                 | -19,11               | -247,12       | -304,84       | 11,93         | -5,42         |
| <i>1:8</i>                                                      | 11,64                | -10,05               | -326,59       | -370,38       | 6,67          | -2,64         |
| <i>1:10</i>                                                     | 15,41                | -6,01                | -406,99       | -442,19       | 4,79          | -3,08         |
| <i>1:12</i>                                                     | 17,80                | -4,40                | -488,06       | -517,45       | 5,77          | -3,41         |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |                      |                      |               |               |               |               |
| <i>1:2,5</i>                                                    | 111,53               | -66,59               | -120,68       | -234,06       | 71,03         | -71,03        |
| <i>1:4</i>                                                      | 40,06                | -25,12               | -180,51       | -256,70       | 33,11         | -33,11        |
| <i>1:6</i>                                                      | 17,44                | -11,29               | -263,70       | -317,32       | 16,40         | -16,40        |
| <i>1:8</i>                                                      | 9,49                 | -6,55                | -348,34       | -389,62       | 9,67          | -9,67         |
| <i>1:10</i>                                                     | 5,57                 | -4,41                | -433,50       | -467,01       | 6,29          | -6,29         |
| <i>1:12</i>                                                     | 3,83                 | -3,31                | -518,83       | -547,00       | 4,31          | -4,31         |
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |                      |                      |               |               |               |               |
| <i>1:2,5</i>                                                    | 80,46                | -61,58               | -115,39       | -241,92       | 66,17         | -63,85        |
| <i>1:4</i>                                                      | 16,07                | -18,19               | -170,91       | -255,16       | 28,37         | -22,27        |
| <i>1:6</i>                                                      | 6,60                 | -7,49                | -247,87       | -306,00       | 13,12         | -5,13         |
| <i>1:8</i>                                                      | 6,09                 | -11,26               | -326,66       | -370,87       | 7,51          | -1,72         |
| <i>1:10</i>                                                     | 6,98                 | -14,65               | -406,44       | -442,03       | 5,86          | -2,11         |
| <i>1:12</i>                                                     | 7,81                 | -16,78               | -486,84       | -516,60       | 7,03          | -2,39         |
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                      |                      |               |               |               |               |
| <i>1:2,5</i>                                                    | 74,48                | -118,91              | -107,78       | -231,23       | 58,44         | -58,44        |
| <i>1:4</i>                                                      | 30,78                | -43,24               | -172,89       | -252,12       | 27,02         | -27,02        |
| <i>1:6</i>                                                      | 14,51                | -19,06               | -258,64       | -313,27       | 13,36         | -13,36        |
| <i>1:8</i>                                                      | 8,69                 | -10,75               | -344,61       | -386,33       | 7,92          | -7,92         |
| <i>1:10</i>                                                     | 6,07                 | -6,83                | -430,68       | -464,40       | 5,20          | -5,20         |
| <i>1:12</i>                                                     | 4,77                 | -4,63                | -516,77       | -545,05       | 3,64          | -3,64         |

| $f/l$                                                           | $M_{max}, кН·м$ | $M_{min}, кН·м$ | $N_{max}, кН$ | $N_{min}, кН$ | $Q_{max}, кН$ | $Q_{min}, кН$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                 |                 |               |               |               |               |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 59,83           | -109,91         | -104,59       | -238,46       | 55,40         | -53,57        |
| <b>1:4</b>                                                      | 20,52           | -38,06          | -165,86       | -251,37       | 23,77         | -18,82        |
| <b>1:6</b>                                                      | 10,24           | -16,87          | -245,98       | -303,94       | 11,25         | -4,74         |
| <b>1:8</b>                                                      | 11,33           | -10,28          | -326,73       | -370,50       | 6,73          | -2,64         |
| <b>1:10</b>                                                     | 13,62           | -7,91           | -408,10       | -443,21       | 4,69          | -3,15         |
| <b>1:12</b>                                                     | 15,36           | -7,70           | -489,94       | -519,23       | 5,21          | -3,53         |

Составлено автором

**Таблица 4**

**Относительное изменение предельных усилий в арках  
пролетом 24 м в зависимости от отношения стрелы подъема к пролету**

| $f/l$                                                           | $\Delta M _{max}, \%$ | $\Delta N _{max}, \%$ | $\Delta Q _{max}, \%$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -62 %                 | 10 %                  | -53 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -55 %                 | 24 %                  | -50 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | -43 %                 | 23 %                  | -40 %                 |
| <b>1:10</b>                                                     | -35 %                 | 20 %                  | -33 %                 |
| <b>1:12</b>                                                     | -29 %                 | 17 %                  | -29 %                 |
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -66 %                 | 6 %                   | -57 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -59 %                 | 20 %                  | -55 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | -39 %                 | 21 %                  | -44 %                 |
| <b>1:10</b>                                                     | 32 %                  | 19 %                  | -28 %                 |
| <b>1:12</b>                                                     | 16 %                  | 17 %                  | 20 %                  |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -64 %                 | 10 %                  | -53 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -56 %                 | 24 %                  | -50 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | -46 %                 | 23 %                  | -41 %                 |
| <b>1:10</b>                                                     | -41 %                 | 20 %                  | -35 %                 |
| <b>1:12</b>                                                     | -31 %                 | 17 %                  | -31 %                 |
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -77 %                 | 5 %                   | -57 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -59 %                 | 20 %                  | -54 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | 50 %                  | 21 %                  | -43 %                 |
| <b>1:10</b>                                                     | 30 %                  | 19 %                  | -22 %                 |
| <b>1:12</b>                                                     | 15 %                  | 17 %                  | 20 %                  |
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -64 %                 | 9 %                   | -54 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -56 %                 | 24 %                  | -51 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | -44 %                 | 23 %                  | -41 %                 |
| <b>1:10</b>                                                     | -36 %                 | 20 %                  | -34 %                 |
| <b>1:12</b>                                                     | -30 %                 | 17 %                  | -30 %                 |
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -65 %                 | 5 %                   | -57 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -56 %                 | 21 %                  | -53 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | -33 %                 | 22 %                  | -40 %                 |
| <b>1:10</b>                                                     | 20 %                  | 20 %                  | -30 %                 |
| <b>1:12</b>                                                     | 13 %                  | 17 %                  | 11 %                  |

Составлено автором

В таблицах 5, 7 представлены опорные реакции, полученные при расчете конструкций пролетом 12 м и 24 м соответственно, в таблицах 6, 8 представлены относительные изменения опорных реакций, каждое значение вычислено относительно предыдущего значения этого же параметра. Согласно полученным данным, при действии симметричной и несимметричной нагрузки вертикальные реакции уменьшаются с уменьшением отношения стрелы подъема к пролету, что объясняется уменьшением массы конструкции, горизонтальные реакции увеличиваются с уменьшением отношения стрелы подъема к пролету из-за возрастания величины распора. Величина опорного момента уменьшается в бесшарнирной арке пролетом 12 м при симметричной нагрузке до достижения значения в интервале между 1:10 и 1:12 отношения стрелы подъема к пролету, после чего возрастает. При несимметричной нагрузке опорный момент уменьшается с уменьшением отношения стрелы подъема к полету до достижения отношения стрелы подъема к полету в интервале между 1:6 и 1:8 пролета. В бесшарнирной арке пролетом 24 м при симметричной нагрузке опорный момент уменьшается с уменьшением отношения стрелы подъема к пролету, при несимметричной нагрузке опорный момент уменьшается с уменьшением отношения стрелы подъема до достижения отношения стрелы подъема к пролету в интервале между 1:8 и 1:10.

Таблица 5

Реакции, действующие в опорах конструкций пролетом 12 м

| $f/l$                                                           | $V_a, кН$ | $H_a, кН$ | $M_a, кН·м$ | $V_b, кН$ | $H_b, кН$ | $M_b, кН·м$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-------------|-----------|-----------|-------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |           |           |             |           |           |             |
| 1:2,5                                                           | 61,77     | 34,64     | 0,00        | 61,77     | -34,64    | 0,00        |
| 1:4                                                             | 55,15     | 54,00     | 0,00        | 55,15     | -54,00    | 0,00        |
| 1:6                                                             | 53,69     | 80,25     | 0,00        | 53,69     | -80,25    | 0,00        |
| 1:8                                                             | 53,38     | 106,76    | 0,00        | 53,38     | -106,76   | 0,00        |
| 1:10                                                            | 53,30     | 133,36    | 0,00        | 53,30     | -133,36   | 0,00        |
| 1:12                                                            | 53,27     | 160,00    | 0,00        | 53,27     | -160,00   | 0,00        |
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |           |           |             |           |           |             |
| 1:2,5                                                           | 65,81     | 32,31     | 0,00        | 61,66     | -32,31    | 0,00        |
| 1:4                                                             | 57,27     | 49,73     | 0,00        | 53,22     | -49,73    | 0,00        |
| 1:6                                                             | 54,27     | 73,32     | 0,00        | 50,34     | -73,32    | 0,00        |
| 1:8                                                             | 53,21     | 97,54     | 0,00        | 49,39     | -97,54    | 0,00        |
| 1:10                                                            | 52,70     | 122,31    | 0,00        | 49,01     | -122,31   | 0,00        |
| 1:12                                                            | 52,41     | 147,60    | 0,00        | 48,85     | -147,60   | 0,00        |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |           |           |             |           |           |             |
| 1:2,5                                                           | 61,77     | 36,21     | 17,50       | 61,77     | -36,21    | 17,50       |
| 1:4                                                             | 55,15     | 54,70     | 6,37        | 55,15     | -54,70    | 6,37        |
| 1:6                                                             | 53,69     | 80,36     | 2,44        | 53,69     | -80,36    | 2,44        |
| 1:8                                                             | 53,38     | 106,19    | 0,75        | 53,38     | -106,19   | 0,75        |
| 1:10                                                            | 53,30     | 131,81    | -0,38       | 53,30     | -131,81   | -0,38       |
| 1:12                                                            | 53,27     | 157,05    | -1,36       | 53,27     | -157,05   | -1,36       |
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |           |           |             |           |           |             |
| 1:2,5                                                           | 66,38     | 33,62     | 9,70        | 61,09     | -33,62    | 16,52       |
| 1:4                                                             | 57,76     | 50,15     | 0,10        | 52,73     | -50,15    | 6,01        |
| 1:6                                                             | 54,75     | 73,15     | -3,10       | 49,85     | -73,15    | 2,72        |
| 1:8                                                             | 53,70     | 96,74     | -4,46       | 48,91     | -96,74    | 1,41        |
| 1:10                                                            | 53,20     | 120,63    | -5,35       | 48,52     | -120,63   | 0,59        |
| 1:12                                                            | 52,91     | 144,71    | -6,09       | 48,35     | -144,71   | -0,11       |
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |           |           |             |           |           |             |
| 1:2,5                                                           | 61,77     | 32,15     | 0,00        | 61,77     | -32,15    | 0,00        |
| 1:4                                                             | 55,15     | 52,25     | 0,00        | 55,15     | -52,25    | 0,00        |
| 1:6                                                             | 53,69     | 78,88     | 0,00        | 53,69     | -78,88    | 0,00        |
| 1:8                                                             | 53,38     | 105,43    | 0,00        | 53,38     | -105,43   | 0,00        |
| 1:10                                                            | 53,30     | 131,83    | 0,00        | 53,30     | -131,83   | 0,00        |
| 1:12                                                            | 53,27     | 158,04    | 0,00        | 53,27     | -158,04   | 0,00        |

| $f/l$                                                           | $V_a, кН$ | $H_a, кН$ | $M_a, кН·м$ | $V_b, кН$ | $H_b, кН$ | $M_b, кН·м$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-------------|-----------|-----------|-------------|
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |           |           |             |           |           |             |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 65,81     | 30,61     | 0,00        | 61,66     | -30,61    | 0,00        |
| <b>1:4</b>                                                      | 57,27     | 49,00     | 0,00        | 53,22     | -49,00    | 0,00        |
| <b>1:6</b>                                                      | 54,27     | 73,23     | 0,00        | 50,34     | -73,23    | 0,00        |
| <b>1:8</b>                                                      | 53,21     | 97,80     | 0,00        | 49,39     | -97,80    | 0,00        |
| <b>1:10</b>                                                     | 52,70     | 122,68    | 0,00        | 49,01     | -122,68   | 0,00        |
| <b>1:12</b>                                                     | 52,41     | 147,86    | 0,00        | 48,85     | -147,86   | 0,00        |

Составлено автором

Таблица 6

**Относительное изменение предельных реакций опор в арках  
пролетом 12 м в зависимости от отношения стрелы подъема к пролету**

| $f/l$                                                           | $\Delta V _{max}, \%$ | $\Delta H _{max}, \%$ | $\Delta M _{max}, \%$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -11 %                 | 56 %                  | —                     |
| <b>1:6</b>                                                      | -3 %                  | 49 %                  | —                     |
| <b>1:8</b>                                                      | -1 %                  | 33 %                  | —                     |
| <b>1:10</b>                                                     | 0 %                   | 25 %                  | —                     |
| <b>1:12</b>                                                     | 0 %                   | 20 %                  | —                     |
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -13 %                 | 54 %                  | —                     |
| <b>1:6</b>                                                      | -5 %                  | 47 %                  | —                     |
| <b>1:8</b>                                                      | -2 %                  | 33 %                  | —                     |
| <b>1:10</b>                                                     | -1 %                  | 25 %                  | —                     |
| <b>1:12</b>                                                     | -1 %                  | 21 %                  | —                     |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -11 %                 | 51 %                  | -64 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -3 %                  | 47 %                  | -62 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | -1 %                  | 32 %                  | -69 %                 |
| <b>1:10</b>                                                     | 0 %                   | 24 %                  | -49 %                 |
| <b>1:12</b>                                                     | 0 %                   | 19 %                  | 258 %                 |
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | -                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -13 %                 | 49 %                  | -64 %                 |
| <b>1:6</b>                                                      | -5 %                  | 46 %                  | -48 %                 |
| <b>1:8</b>                                                      | -2 %                  | 32 %                  | 44 %                  |
| <b>1:10</b>                                                     | -1 %                  | 25 %                  | 20 %                  |
| <b>1:12</b>                                                     | -1 %                  | 20 %                  | 14 %                  |
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -11 %                 | 63 %                  | —                     |
| <b>1:6</b>                                                      | -3 %                  | 51 %                  | —                     |
| <b>1:8</b>                                                      | -1 %                  | 34 %                  | —                     |
| <b>1:10</b>                                                     | 0 %                   | 25 %                  | —                     |
| <b>1:12</b>                                                     | 0 %                   | 20 %                  | —                     |
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                      | -13 %                 | 60 %                  | —                     |
| <b>1:6</b>                                                      | -5 %                  | 49 %                  | —                     |
| <b>1:8</b>                                                      | -2 %                  | 34 %                  | —                     |
| <b>1:10</b>                                                     | -1 %                  | 25 %                  | —                     |
| <b>1:12</b>                                                     | -1 %                  | 21 %                  | —                     |

Составлено автором

Таблица 7

Реакции, действующие в опорах конструкций пролетом 24 м

| $f/l$                                                           | $V_{ay}, кН$ | $H_{ay}, кН$ | $M_{ay}, кН\cdot м$ | $V_{by}, кН$ | $H_{by}, кН$ | $M_{by}, кН\cdot м$ |
|-----------------------------------------------------------------|--------------|--------------|---------------------|--------------|--------------|---------------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |              |              |                     |              |              |                     |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 212,76       | 115,54       | 0,00                | 212,76       | -115,54      | 0,00                |
| <b>1:4</b>                                                      | 185,49       | 178,02       | 0,00                | 185,49       | -178,02      | 0,00                |
| <b>1:6</b>                                                      | 177,27       | 262,26       | 0,00                | 177,27       | -262,26      | 0,00                |
| <b>1:8</b>                                                      | 174,82       | 347,50       | 0,00                | 174,82       | -347,50      | 0,00                |
| <b>1:10</b>                                                     | 173,81       | 433,21       | 0,00                | 173,81       | -433,21      | 0,00                |
| <b>1:12</b>                                                     | 173,33       | 519,16       | 0,00                | 173,33       | -519,16      | 0,00                |
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |              |              |                     |              |              |                     |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 220,89       | 110,77       | 0,00                | 212,53       | -110,77      | 0,00                |
| <b>1:4</b>                                                      | 189,81       | 169,01       | 0,00                | 181,55       | -169,01      | 0,00                |
| <b>1:6</b>                                                      | 178,57       | 247,13       | 0,00                | 170,43       | -247,13      | 0,00                |
| <b>1:8</b>                                                      | 174,67       | 326,60       | 0,00                | 166,63       | -326,60      | 0,00                |
| <b>1:10</b>                                                     | 172,90       | 407,00       | 0,00                | 164,97       | -407,00      | 0,00                |
| <b>1:12</b>                                                     | 171,95       | 488,07       | 0,00                | 164,12       | -488,07      | 0,00                |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |              |              |                     |              |              |                     |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 212,76       | 120,68       | 111,53              | 212,76       | -120,68      | 111,53              |
| <b>1:4</b>                                                      | 185,49       | 180,51       | 40,06               | 185,49       | -180,51      | 40,06               |
| <b>1:6</b>                                                      | 177,27       | 263,70       | 17,44               | 177,27       | -263,70      | 17,44               |
| <b>1:8</b>                                                      | 174,82       | 348,34       | 9,49                | 174,82       | -348,34      | 9,49                |
| <b>1:10</b>                                                     | 173,81       | 433,50       | 5,57                | 173,81       | -433,50      | 5,57                |
| <b>1:12</b>                                                     | 173,33       | 518,83       | 3,17                | 173,33       | -518,83      | 3,17                |
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |              |              |                     |              |              |                     |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 222,00       | 115,40       | 80,46               | 211,42       | -115,40      | 107,17              |
| <b>1:4</b>                                                      | 190,77       | 170,91       | 15,25               | 180,59       | -170,91      | 38,27               |
| <b>1:6</b>                                                      | 179,50       | 247,87       | -4,45               | 169,50       | -247,87      | 17,75               |
| <b>1:8</b>                                                      | 175,59       | 326,66       | -11,26              | 165,71       | -326,66      | 10,96               |
| <b>1:10</b>                                                     | 173,83       | 406,44       | -14,65              | 164,03       | -406,44      | 7,70                |
| <b>1:12</b>                                                     | 172,89       | 486,85       | -16,78              | 163,18       | -486,85      | 5,85                |
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |              |              |                     |              |              |                     |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 212,76       | 107,78       | 0,00                | 212,76       | -107,78      | 0,00                |
| <b>1:4</b>                                                      | 185,49       | 172,89       | 0,00                | 185,49       | -172,89      | 0,00                |
| <b>1:6</b>                                                      | 177,27       | 258,64       | 0,00                | 177,27       | -258,64      | 0,00                |
| <b>1:8</b>                                                      | 174,82       | 344,61       | 0,00                | 174,82       | -344,61      | 0,00                |
| <b>1:10</b>                                                     | 173,81       | 430,68       | 0,00                | 173,81       | -430,68      | 0,00                |
| <b>1:12</b>                                                     | 173,33       | 516,77       | 0,00                | 173,33       | -516,77      | 0,00                |
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |              |              |                     |              |              |                     |
| <b>1:2,5</b>                                                    | 220,89       | 104,60       | 0,00                | 212,53       | -104,60      | 0,00                |
| <b>1:4</b>                                                      | 189,81       | 165,87       | 0,00                | 181,55       | -165,87      | 0,00                |
| <b>1:6</b>                                                      | 178,57       | 245,99       | 0,00                | 170,43       | -245,99      | 0,00                |
| <b>1:8</b>                                                      | 174,67       | 326,74       | 0,00                | 166,63       | -326,74      | 0,00                |
| <b>1:10</b>                                                     | 172,90       | 408,11       | 0,00                | 164,97       | -408,11      | 0,00                |
| <b>1:12</b>                                                     | 171,95       | 489,95       | 0,00                | 164,12       | -489,95      | 0,00                |

Составлено автором

Таблица 8

Относительное изменение предельных реакций опор в арках  
пролетом 24 м в зависимости от отношения стрелы подъема к пролету

| $f/l$                                                         | $\Delta V _{max}, \%$ | $\Delta H _{max}, \%$ | $\Delta M _{max}, \%$ |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <b>1:2,5</b>                                                  | —                     | —                     | —                     |
| <b>1:4</b>                                                    | -13 %                 | 54 %                  | —                     |
| <b>1:6</b>                                                    | -4 %                  | 47 %                  | —                     |
| <b>1:8</b>                                                    | -1 %                  | 33 %                  | —                     |
| <b>1:10</b>                                                   | -1 %                  | 25 %                  | —                     |
| <b>1:12</b>                                                   | 0 %                   | 20 %                  | —                     |

| $f/l$                                                           | $\Delta V _{max}, \%$ | $\Delta H _{max}, \%$ | $\Delta M _{max}, \%$ |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Трехшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <i>1:2,5</i>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <i>1:4</i>                                                      | -14 %                 | 53 %                  | —                     |
| <i>1:6</i>                                                      | -6 %                  | 46 %                  | —                     |
| <i>1:8</i>                                                      | -2 %                  | 32 %                  | —                     |
| <i>1:10</i>                                                     | -1 %                  | 25 %                  | —                     |
| <i>1:12</i>                                                     | -1 %                  | 20 %                  | —                     |
| <b>Бесшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>    |                       |                       |                       |
| <i>1:2,5</i>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <i>1:4</i>                                                      | -13 %                 | 50 %                  | -64 %                 |
| <i>1:6</i>                                                      | -4 %                  | 46 %                  | -56 %                 |
| <i>1:8</i>                                                      | -1 %                  | 32 %                  | -46 %                 |
| <i>1:10</i>                                                     | -1 %                  | 24 %                  | -41 %                 |
| <i>1:12</i>                                                     | 0 %                   | 20 %                  | -43 %                 |
| <b>Бесшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b>  |                       |                       |                       |
| <i>1:2,5</i>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <i>1:4</i>                                                      | -14 %                 | 48 %                  | -64 %                 |
| <i>1:6</i>                                                      | -6 %                  | 45 %                  | -54 %                 |
| <i>1:8</i>                                                      | -2 %                  | 32 %                  | -37 %                 |
| <i>1:10</i>                                                     | -1 %                  | 24 %                  | 30 %                  |
| <i>1:12</i>                                                     | -1 %                  | 20 %                  | 15 %                  |
| <b>Двухшарнирная арка под действием симметричной нагрузки</b>   |                       |                       |                       |
| <i>1:2,5</i>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <i>1:4</i>                                                      | -13 %                 | 60 %                  | —                     |
| <i>1:6</i>                                                      | -4 %                  | 50 %                  | —                     |
| <i>1:8</i>                                                      | -1 %                  | 33 %                  | —                     |
| <i>1:10</i>                                                     | -1 %                  | 25 %                  | —                     |
| <i>1:12</i>                                                     | 0 %                   | 20 %                  | —                     |
| <b>Двухшарнирная арка под действием несимметричной нагрузки</b> |                       |                       |                       |
| <i>1:2,5</i>                                                    | —                     | —                     | —                     |
| <i>1:4</i>                                                      | -14 %                 | 59 %                  | —                     |
| <i>1:6</i>                                                      | -6 %                  | 48 %                  | —                     |
| <i>1:8</i>                                                      | -2 %                  | 33 %                  | —                     |
| <i>1:10</i>                                                     | -1 %                  | 25 %                  | —                     |
| <i>1:12</i>                                                     | -1 %                  | 20 %                  | —                     |

Составлено автором

В таблицах 9, 10 указаны максимальные значения коэффициента использования конструкций арок. Коэффициент использования конструкции трехшарнирных, двухшарнирных и бесшарнирных железобетонных арок снижается с уменьшением стрелы подъема до достижения отношения стрелы подъема к пролету 1:6–1:8. Дальнейшее уменьшение стрелы подъема увеличивает коэффициент использования, либо не изменяет значения. В части конфигураций арки значение коэффициента использования при несимметричной нагрузке больше, чем при симметричной, в другой части наоборот.

Таблица 9

**Максимальные значения коэффициента использования конструкций пролетом 12 м**

| $f/l$        | $K_{opt,k}$   |                 |               |                 |               |                 |
|--------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|
|              | трехшарнирная |                 | бесшарнирная  |                 | двухшарнирная |                 |
|              | сим. нагрузка | несим. нагрузка | сим. нагрузка | несим. нагрузка | сим. нагрузка | несим. нагрузка |
| <i>1:2,5</i> | 0,93          | 0,91            | 0,68          | 0,65            | 0,73          | 0,66            |
| <i>1:4</i>   | 0,42          | 0,40            | 0,32          | 0,30            | 0,34          | 0,29            |
| <i>1:6</i>   | 0,26          | 0,24            | 0,20          | 0,22            | 0,22          | 0,21            |
| <i>1:8</i>   | 0,22          | 0,20            | 0,18          | 0,27            | 0,20          | 0,25            |
| <i>1:10</i>  | 0,22          | 0,20            | 0,20          | 0,30            | 0,21          | 0,28            |
| <i>1:12</i>  | 0,22          | 0,20            | 0,22          | 0,33            | 0,22          | 0,30            |

Составлено автором

Таблица 10

Максимальные значения коэффициента использования конструкций пролетом 24 м

| $f/l$ | $K_{opt,k}$   |                 |               |                 |               |                 |
|-------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|
|       | трехшарнирная |                 | бесшарнирная  |                 | двухшарнирная |                 |
|       | сим. нагрузка | несим. нагрузка | сим. нагрузка | несим. нагрузка | сим. нагрузка | несим. нагрузка |
| 1:2,5 | 0,97          | 0,95            | 0,73          | 0,71            | 0,78          | 0,73            |
| 1:4   | 0,46          | 0,44            | 0,37          | 0,36            | 0,38          | 0,35            |
| 1:6   | 0,31          | 0,30            | 0,28          | 0,28            | 0,28          | 0,27            |
| 1:8   | 0,28          | 0,27            | 0,27          | 0,27            | 0,27          | 0,26            |
| 1:10  | 0,28          | 0,27            | 0,27          | 0,30            | 0,27          | 0,29            |
| 1:12  | 0,29          | 0,28            | 0,28          | 0,32            | 0,28          | 0,31            |

Составлено автором

### Выводы

Таблицы, полученные в ходе исследования, позволяют выполнить предварительную оценку влияния изменения стрелы подъема железобетонных арок на усилия, опорные реакции и эффективность использования конструкции и снижают необходимость в расчете нескольких вариантов конструкции. Рассмотрение различных вариантов конструкций с разной стрелой подъема требуется при значительном отличии нагрузок рассматриваемого объекта, от нагрузок, рассмотренных в статье, таких как сейсмическая нагрузка, значительные горизонтальные или знакопеременные нагрузки.

На основании данных, полученных в ходе исследования можно сформулировать следующие выводы о зависимости работы железобетонных круговых арок от отношения стрелы подъема арки к пролету.

Вне зависимости от симметричности нагрузки и отношения стрелы подъема к пролету трехшарнирные, двухшарнирные и бесшарнирные арки испытывают на всех участках внецентренное или центральное сжатие.

При действии симметричной нагрузки на трехшарнирные, бесшарнирные и двухшарнирные арки, максимальные абсолютные значения изгибающих моментов и поперечных сил уменьшаются с уменьшением стрелы подъема арки, продольных сил увеличиваются с уменьшением стрелы подъема арки. Динамика изменений усилий при действии симметричной нагрузки представлена в таблицах 2 и 4. Вертикальные опорные реакции уменьшаются с уменьшением стрелы подъема. Значимое уменьшение происходит до достижения отношения стрелы подъема к пролету равного 1:6, дальнейшее уменьшение стрелы подъема вызывает незначительное уменьшение. Горизонтальные опорные реакции увеличиваются с уменьшением стрелы подъема. Опорные моменты бесшарнирных арок уменьшаются с уменьшением стрелы подъема. Динамика изменений опорных реакций при действии несимметричной нагрузки представлена в таблицах 6 и 8.

При действии несимметричной нагрузки на трехшарнирные, бесшарнирные и двухшарнирные арки максимальные абсолютные значения продольных сил увеличиваются с уменьшением стрелы подъема, изгибающего момента и поперечных сил уменьшаются с уменьшением стрелы подъема, до достижения порогового значения отношения стрелы подъема к пролету, после чего максимальное абсолютное значение возрастает. Динамика изменений усилий при действии несимметричной нагрузки представлена в таблицах 2 и 4. Величина порогового значения зависит от типа арки и её пролета, пороговое значение отношения стрелы подъема к пролету для изгибающих моментов находится в интервале 1:6–1:10. для поперечных сил в интервале 1:8–1:12. Вертикальные опорные реакции уменьшаются с уменьшением стрелы подъема, аналогично реакциям при симметричной нагрузке. Горизонтальные опорные реакции

увеличиваются с уменьшением стрелы подъема. Опорные моменты уменьшаются с уменьшением стрелы подъема, до достижения порогового значения отношения стрелы подъема к пролету, после чего значение возрастает, пороговое значение находится в интервале 1:8–1:10. Динамика изменений опорных реакций при действии несимметричной нагрузки представлена в таблицах 6 и 8.

Наиболее эффективным с точки зрения использования несущей способности конструкций трехшарнирных, бесшарнирных и двухшарнирных арок являются арки с отношением стрелы подъема арки к пролету в интервале 1:6–1:8.

Нагрузка, определяющая прочностные и жесткостные параметры сечения арок может быть, как симметричная, так и несимметричная, что требует расчета обоих вариантов нагрузки для конкретного случая конфигурации арки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шапошников, Н. Н. Строительная механика: учебник для вузов / Н. Н. Шапошников, Р. Е. Кристаллинский, А. В. Дарков; под редакцией Н. Н. Шапошников. — 18-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2026. — 692 с. — ISBN 978-5-507-54992-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/513873> (дата обращения: 18.08.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Туснина, О. А. Оптимальное проектирование большепролетной арочной конструкции / О. А. Туснина, М. В. Постарнак // Строительство: наука и образование. — 2022. — Т. 12, № 4. — С. 6–22. — DOI 10.22227/2305-5502.2022.4.1. — EDN OCPSNW.
3. Лебедева, Н. В. Фермы, арки, тонкостенные пространственные конструкции: учеб. пособие по направлению "Архитектура" / Н. В. Лебедева; Н. В. Лебедева. — Москва: Архитектура-С, 2006. — (Специальность "Архитектура"). — ISBN 5-9647-0084-5. — EDN QNMBCF.
4. Долгушева, В. В. Анализ существующих классификаций арочных и арочно-вантовых систем и области их применения / В. В. Долгушева, Т. В. Потапова, Т. В. Долгушев // Вестник евразийской науки. — 2025. — Т. 17, № 3. — С. 46. — EDN OLRSCO.
5. Юнусов, А. С. Арочные конструкции, востребованные временем, в строительной науке и архитектуре / А. С. Юнусов // Инженерный вестник Дона. — 2016. — № 1(40). — С. 44. — EDN WCNSXV.
6. Александров, А. В. Сопротивление материалов: учебник / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин; под ред. А. В. Александрова. — 7-е изд., стер. — Москва: Высшая школа, 2009. — 559, [1] с.: ил., табл.; 25 см.; ISBN 978-5-06-006126-0.
7. Якубов, С. Х. Математическая модель оптимизации формы трехшарнирных арок при сложных условиях загрузки / С. Х. Якубов, И. Ж. Бозорова // The Scientific Heritage. — 2022. — № 82-1(82). — С. 71–73. — DOI 10.24412/9215-0365-2022-82-1-71-73. — EDN YHWJBR.
8. Якубов, С. Х. Вычислительный эксперимент по расчету оптимизации арок по весу / С. Х. Якубов, И. У. Хушвоков // Universum: технические науки. — 2022. — № 6-1(99). — С. 33–37. — EDN YDAOCC.

9. Фахрутдинов, А. Э. Назначение оптимального очертания оси арки из унифицированных элементов / А. Э. Фахрутдинов, И. Л. Кузнецов // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. — 2011. — № 1(15). — С. 115–121. — EDN NWDGEV.
10. Макаров, А. В. Оптимизация формы арочных пролетных строений мостов / А. В. Макаров, С. А. Калиновский, А. В. Сеницын // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. — 2018. — № 52(71). — С. 117–127. — EDN USSMIP.
11. Сергеева, А. А. Сравнение эффективности решетчатой и сплошной арок в большепролетных конструкциях / А. А. Сергеева // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. — 2021. — № 3-2(54). — С. 30–35. — DOI 10.24412/2500-1000-2021-3-2-30-35. — EDN ERMTFL.
12. Колоколов, С. Б. Методика подбора сечения стальной арки при помощи деформационного расчета / С. Б. Колоколов // Вестник Оренбургского государственного университета. — 2015. — № 5(180). — С. 151–154. — EDN VAUOUJ.
13. Ступишин, Л. Ю. Определение оптимальных форм тонких пологих оболочек / Л. Ю. Ступишин, А. Г. Колесников. — Курск: Закрытое акционерное общество "Университетская книга", 2017. — 223 с. — ISBN 978-5-9909988-8-9. — EDN YQJVWN.
14. Орешин, Г. Ю. Решение задачи строительной механики по расчету трехшарнирной, вертикально нагруженной арки параболического абриса в вычислительной среде Mathcad / Г. Ю. Орешин, А. Н. Начарова // Инженерный вестник Дона. — 2019. — № 1(52). — С. 181. — EDN AJLUHI.
15. Чан, Т. Т. Рациональный численный метод расчета арок произвольного очертания / Т. Т. Чан, Р. Ф. Габбасов // Вестник МГСУ. — 2010. — № 4-1. — С. 18–23. — EDN NEJDDR.
16. Камалов, А. З. К вопросу исследования напряженно-деформированного состояния и устойчивости арочных сооружений / А. З. Камалов, А. А. Хамидуллина // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. — 2012. — № 4(22). — С. 130–138. — EDN PMEAAAN.
17. Татаринев, А. Ф. Необходимость учета воздействия продольных сил, возникающих в двухшарнирной сталебетонной арке при силовых воздействиях / А. Ф. Татаринев // Вестник Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна. — 2007. — № 19. — С. 235–237. — EDN UBRIMB.

**Patrin Artem Vladimirovich**

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia  
E-mail: [kappafamily@mail.ru](mailto:kappafamily@mail.ru)  
ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2963-443X>

**Kozinets Galina Leonidovna**

Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia  
E-mail: [kozinets\\_gl@spbstu.ru](mailto:kozinets_gl@spbstu.ru)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6877-8420>  
RSCI: [https://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=624625](https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=624625)

## **Research on the effect of the rise-to-span ratio on the structural behavior of different types of reinforced concrete circular arches**

**Abstract.** Optimization of building structures is one of the primary challenges in modern structural design. To select an optimal configuration, it is necessary to account for the dependence of structural behavior on geometric, strength, and physical parameters. These parameters can be classified according to their degree of influence into primary parameters, whose variation significantly affects the overall performance of the structure, and secondary parameters, whose influence is limited to local regions of the structure. For arch structures, one of the primary parameters is the rise-to-span ratio.

This article presents the methods and results of a study on the influence of the rise-to-span ratio on the structural behavior of reinforced concrete circular three-hinged, fixed (hingeless), and two-hinged arches with spans of 12 m and 24 m, featuring symmetric reinforcement and rise-to-span ratios of 1:12, 1:10, 1:8, 1:6, 1:4, and 1:2,5, under both symmetric and asymmetric loading. The structural analysis was performed using the Mathcad software environment, employing static methods and the force method for statically indeterminate systems.

The research findings present the values of ultimate internal forces, support reactions, and their relative variations with changes in the rise-to-span ratio, as well as the utilization ratios for the considered arch types. The conclusions drawn from this study can be used for preliminary assessment of the effect of altering the rise-to-span ratio for different types of reinforced concrete arches, without the need for additional detailed calculations.

**Keywords:** reinforced concrete arches; circular arches; rise-to-span ratio; rise; span; force method; internal forces; support reactions; utilization ratio; efficiency