

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2019, №5, Том 11 / 2019, No 5, Vol 11 <https://esj.today/issue-5-2019.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/40ECVN519.pdf>

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Тахтамышев Х.М. Математические модели функционирования автосервисных предприятий в условиях нулевой конкуренции // Вестник Евразийской науки, 2019 №5, <https://esj.today/PDF/40ECVN519.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**For citation:**

Takhtamyshov Kh.M. (2019). Mathematical models of car service enterprises functioning in the conditions of zero competition. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 5(11). Available at: <https://esj.today/PDF/40ECVN519.pdf> (in Russian)

УДК 334.02

ГРНТИ 73.31

**Тахтамышев Хизир Махмудович**

ГАОУ ВО «Невинномысский государственный гуманитарно-технический институт», Невинномысск, Россия  
Заведующий кафедрой «Эксплуатация автомобильного транспорта»

Доктор технических наук, профессор

E-mail: [hizirt43@mail.ru](mailto:hizirt43@mail.ru)

## Математические модели функционирования автосервисных предприятий в условиях нулевой конкуренции

**Аннотация.** В статье отмечается, что система автосервиса на современном этапе развития экономики страны представляет собой одну из значимых отраслей сферы услуг, которая функционирует в конкурентной среде и подвержена влиянию дополнительных факторов внешней среды и внутренней среды, в первую очередь неравномерности спроса на услуги в различные периоды времени.

Предприятия автосервиса испытывают различные виды конкуренции: монопольную, олигополистическую и свободную. Монопольная конкуренция преобладает при наличии небольшого парка автомобилей одной марки, обслуживаемых на специализированных предприятиях. В общем случае большинство предприятий испытывают в основном свободную конкуренцию, которую можно разделить на 4 вида: острую, умеренную, слабую и нулевую. Нулевая конкуренция эквивалентна монопольной конкуренции и имеет место в малонаселенных пунктах.

Для определения показателей автосервисных предприятий, функционирующих в условиях неравномерного спроса, применяется математический аппарат теории массового обслуживания, моделирующий функционирование автосервисных предприятий, которые позволяют количественно оценить экономический эффект от мероприятий по оптимизации мощности технических служб.

В малых городах и, особенно в населенных пунктах имеют место случаи, когда круг потенциальных источников заявок ограничен десятками автомобилей. Риск возникновения конкурирующего предприятия мотивирует их к поиску оптимальной мощности. Для этого рассчитываются показатели функционирующего предприятия как замкнутой системы массового обслуживания для различных вариантов взаимодействия исполнителей на постах

технического обслуживания и ремонта: без взаимопомощи, с частичной взаимопомощью и с полной взаимопомощью.

В статье приводятся математические модели, описывающие показатели в условиях нулевой конкуренции в системе автосервиса, которые позволяют оптимизировать мощность и получать максимальную прибыль.

**Ключевые слова:** система массового обслуживания; посты; автосервисные предприятия; ремонт; автомобили; заявка; мощность; оптимизация; функционирование; конкуренция; показатели; математические модели

Система автосервиса на современном этапе развития экономики страны представляет собой одну из значимых отраслей сферы услуг [1–3], которая функционирует в конкурентной среде и испытывает влияние дополнительных факторов внешней среды и внутренней среды.

К ним относится в первую очередь неравномерность спроса на услуги в различные периоды времени. Наряду с этим фактором предприятия автосервиса испытывают воздействие различных видов конкуренции: монопольную, олигополистическую и свободную.

Монопольная конкуренция преобладает при наличии небольшого парка автомобилей одной марки в населенном пункте или городе, обслуживаемых на специализированных предприятиях. Олигополистическая конкуренция имеет место в случае наличия нескольких однопрофильных автосервисных предприятий в одной местности и возможен сговор между ними с целью получения максимальной прибыли. Свободная конкуренция возникает в случае, когда суммарная пропускная способность всех предприятий превосходит уровень спроса. В общем случае большинство предприятий автосервиса в малых городах и населенных пунктах испытывают в основном свободную конкуренцию, которую можно разделить на 4 вида: острую, умеренную, слабую и нулевую. Нулевая конкуренция эквивалентна монопольной конкуренции и имеет место в малонаселенных пунктах при наличии одного-двух высокотехнологичных или специализированных предприятий, которые выполняют сложные операции, либо требуют наличия дорогостоящего комплекта технологического оборудования для выполнения капитального ремонта [4–6].

Для определения показателей автосервисных предприятий, функционирующих в условиях неравномерного спроса необходимо применение соответствующего математического аппарата, моделирующего функционирование автосервисных предприятий (АСП), которые позволяют количественно оценить экономический эффект от мероприятий по оптимизации мощности технических служб [5–8]. В этой связи моделированию производственных процессов технического обслуживания и ремонта автомобилей как систем массового обслуживания (СМО) уделяется большое внимание [3; 5]. Традиционно для этих целей используют математические модели, предполагающие бесчисленное множество потенциальных источников заявок (автомобилей) и рассматривают АСП как разомкнутые СМО [3–6].

Однако в малых городах и, особенно в населенных пунктах, имеют место случаи, когда круг потенциальных источников заявок ограничен десятками автомобилей. Более того в населенных пунктах могут эксплуатироваться большое число марок автомобилей, в которых общее число автомобилей конкретных марок незначительно в связи с малочисленностью населения либо его слабой обеспеченностью транспортными средствами.

Особенностью таких сетей автосервиса является отдаленность их от конкурентов, в связи с чем имеет место монополия обслуживания по определённой номенклатуре операций мелкого ремонта.

Естественно, что простые автомобили в таких сетях автосервиса будут значительно превышать таковые для условий наличия свободной конкуренции, обеспечивая тем самым более полную загрузку мощности предприятий. Однако неудовлетворённость владельцев автомобилей большой продолжительностью ожидания в очереди может вызвать появление конкурирующего предприятия, которое возьмёт на себя обслуживание значительной части заявок. Таким образом, риск возникновения конкурирующего предприятия является условием ограничения времени ожидания автомобилями начала восстановления работоспособности на конкретном АСП, что в итоге вызывает необходимость увеличения мощности предприятия.

Для окончательного принятия решения по увеличению мощности АСП с целью предотвращения появления конкурента необходимо рассчитать показатели функционирующего предприятия как замкнутой системы массового обслуживания [9; 10], в которой имеется  $m$  автомобилей, каждый из которых может в некоторые случайные моменты времени нуждаться в обслуживании. Поток отказов каждого автомобиля принимается пуассоновским с интенсивностью  $\lambda'$ .

Если к моменту поступления автомобиля все  $n$  постов будут заняты, автомобиль становится в очередь. Дисциплина обслуживания естественная: «кто раньше пришел, тот раньше обслуживается». Воспользовавшись графом состояния системы и результатами решения дифференциальных уравнений [9; 10], можно рассчитать показатели АСП как системы массового обслуживания для различных вариантов взаимодействия исполнителей на постах ТО и ремонта.

Для количественной оценки влияния вариантов организации труда на постах на показатели предприятия рассмотрим математические модели функционирования АСП при различных вариантах взаимодействия исполнителей на постах: без взаимопомощи, с частичной взаимопомощью и с полной взаимопомощью. Первый вариант организации труда заведомо имеет меньшую производительность, однако имеет место на практике ввиду персональной ответственности исполнителя за качество выполненной работы. Если между исполнителями имеет место взаимное доверие по качеству и одинаковый уровень квалификации, в отдельных случаях целесообразна взаимопомощь между ними. Однако такая взаимопомощь не всегда реализуема ввиду ограниченности фронта работ и общей высокой загруженности всех исполнителей в часы пик. И наконец, третий вариант организации труда может практиковаться в небольших АСП при наличии 2–3 постов, когда исполнители могут всей бригадой подключаться к ремонту одного автомобиля на посту.

Таким образом, на практике возможны три варианта взаимодействия между исполнителями, в связи с чем представляет интерес количественная оценка показателей АСП как систем массового обслуживания для всех вариантов организации труда на постах ремонта.

Согласно формулам теории массового обслуживания при функционировании АСП с первым вариантом взаимопомощи (модель1) АСП будут иметь следующие основные показатели [9; 10]:

1. Вероятность того, что автомобили исправны:

$$P_0 = L / \frac{R(m, n, p)}{q^m} + \left[ \frac{P(m, n) R(m - n - 1, x)}{P(0, n) P(m, n)} \right], \quad (1)$$

где  $\lambda$  – интенсивность входящего потока заявок;

$\mu$  – интенсивность восстановления автомобилей на одном посту;

$\alpha = \lambda\mu$  – обобщенный параметр;

величина  $p = \alpha / L + \alpha$ ;

величина  $q = L - p$ ;

величина  $x = n\mu / \lambda$ .

2. Вероятность того, что очереди нет:

$$P_k = [B(m, k, p) / q^m] \cdot p_0 \quad k = (0, 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

3. Среднее число занятых постов:

$$M_p = P_0 \left[ 1 - \sum_{k=0}^n \frac{kB(m, k, p)}{q^m} + n \frac{P(n, n)R(m-n-1)}{P(0, n)P(m, x)} \right] \quad (3)$$

4. Среднее число автомобилей, находящихся в очереди:

$$M_a = P(n, n)p_0 / P(0, n)P(m, x) \cdot [(m-n)R(m-n, x) - xR(m-n-1, x)] \quad (4)$$

5. Среднее время пребывания автомобилей в очереди:

$$t_{ож} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\xi}{1-\xi} - \frac{1}{\mu} \quad (5)$$

Если на АСП принята частичная взаимопомощь между исполнителями (модель 2), то расчётные выражения для основных показателей имеют вид:

1. Вероятность того, что все автомобили исправны:

$$P = 1 - (M_a + M_p) / m \quad (6)$$

2. Среднее число автомобилей, пребывающих в очереди:

$$M_A = \sum_{r=1}^{m-n} r p n + r = \frac{p_0 P(h, h)}{P(0, h)P(m, x)} \cdot [(m-n)R(m-n-1, x) - xR(m-n-2, x)] \quad (7)$$

3. Среднее число занятых постов:

$$M_p = p_0 / q^m \sum_{i=0}^h i B(m, i; p(i)) + p_0 P(h, h) / P(0, h) P(m, x) \{ m [P(m-h-1, x) - R(m-n-1, x)] - x [R(m-h-2, x) - R(m-n-2, x)] \} + n p_0 P(h, h) / P(0, h) P(m, x) R(m-(n+1), x) \quad (8)$$

4. Среднее время пребывания автомобилей в очереди:

$$t_{ож} = \frac{P(h, h)p_0}{P(0, n)P(m, x)} \sum_{r=0}^{m-n-1} P(m-(n+r), x) \rho(n\mu, r) \quad (9)$$

Для последнего случая, когда возможна полная взаимопомощь между исполнителями, система уравнений для определения показателей АСП упрощается:

1. Вероятность, что все посты свободны (все автомобили исправны):

$$P_k = P(m-k, x) / R(m, x) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n) \\ P_{n+r} = P(m-(n+r), x) / R(m, x) \quad (r = 0, 1, 2, \dots, m-n) \quad (10)$$

2. Среднее число занятых постов:

$$s = \sum_{k=0}^n \overline{kp}k + \sum_{r=1}^{m-n} (n+r)pn + r = 1/R(m, x) \left[ \sum_{k=0}^n kP(m-k, x) + n \sum_{r=1}^{m-n} (m-(n+r), x) \right] = 1/R(m, x) \{ m[R(m, x) - R(m-n-1, x)] - x[R(m-1, x) - R(m-n-2, x)] + nR(m-n-1, x) \} \quad (11)$$

3. Среднее число простаивающих автомобилей в очереди:

$$Ma = \sum_{k=0}^n kp k + \sum_{r=1}^{m-n} (n+r)pn + r - Mp \quad (12)$$

4. Среднее время пребывания автомобиля в очереди:

$$t_{ож} = 1 | n\mu \left[ \overline{r} - (m-n-1)pm + R(m-n, x) / R(m, x) \right] \quad (13)$$

Таким образом, рассмотренные математические модели аппроксимируют весь набор возможных производственных ситуаций, связанных с внутренней и внешней средой предприятий автосервиса. Однако приведённые расчётные формулы отличаются большой громоздкостью.

В этой связи целесообразно произвести выбор математических моделей, с помощью которых можно без существенных погрешностей описать все рассмотренные ситуации.

Так, группа моделей 1, предполагающая отсутствие очереди, вполне может быть заменена группой математических моделей 2 при условии  $m = 0$ .

Целесообразно также использовать группу моделей 3, применив принцип размыкания замкнутых СМО, согласно которому заменяются исходные параметры: вместо  $\lambda'$  используется  $\lambda$ , равное разности  $\lambda'm - \lambda'm/v$ , т. е. входящий поток требований исключает автомобили, находящиеся на постах. Благодаря этим упрощениям уменьшается число расчётных формул без ущерба для точности вычислений.

Из приведенных выше показателей АСП как систем массового обслуживания может быть выбран любой критерий в зависимости от потребностей предприятия: по средней длине очереди, среднему времени пребывания автомобилей в очереди и др.

В итоге количественная оценка показателей предприятий автосервиса как систем массового обслуживания и предпочтительные критерии оптимального использования мощности АСП позволяют в рыночных условиях функционирования обеспечить им максимальную прибыль.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Муравьева Н.Н. Маркетинг услуг. Рн/Д: Феникс, 2009. – 251 с.
2. Полуэктов, М.В. Система автосервиса России: состояние, проблемы и перспективы / М.В. Полуэктов, В.В. Савельев // Автотранспортное предприятие. – 2015. – № 8. – С. 45–47.
3. Тахтамышев Х.М. Основы технологического расчета автотранспортных предприятий. – М.: ИНФРА-М, 2016. – 352 с.
4. Афанасьев С.В. Разработка методики управления потенциалом производственной мощности предприятия автосервиса Автореферат дисс. на соискание канд. техн. наук по специальности 05.22.10, Москва. – 2003.
5. Быков, Д.С. Моделирование потока отказов специальных автомобилей с учетом сезонной вариации интенсивности и условий эксплуатации: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.22.10 / Д.С. Быков. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2006. 20 с.
6. Лысанов Д.М. Разработка методики оценки эффективности функционирования производственно-технической базы автосервисных предприятий. Автореферат дисс. ... канд. техн. наук по специальности 05.22.10, Набережные Челны. – 2005.
7. Мухаметдинов, Э.М. Совершенствование системы фирменного сервиса с целью повышения безотказности автомобилей. Автореферат дисс. на соискание канд. техн. наук. по специальности 05.22.10, Оренбург. – 2009.
8. Мудунов, А.С. "Система моделей прогнозирования деятельности предприятий и отраслей сферы услуг" диссертация ... д-ра экономических наук по специальности 08.00.13. Москва, 2002.
9. Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1969. – 323 с.
10. Рыжиков, Ю.И. Теория очередей и управление запасами / Ю.И. Рыжиков. – СПб.: Питер, 2001. – 384 с.

**Takhtamyshev Khizir Makhmudovich**

Nevinnomyssk state social and technical science institute, Nevinnomyssk, Russia  
E-mail: hizirt43@mail.ru

## **Mathematical models of car service enterprises functioning in the conditions of zero competition**

**Abstract.** The article notes that the car service system at the present stage of national economy development is one of the most important sectors of the service sector, which operates in a competitive environment.

Car service enterprises experience various types of competition: monopolistic, oligopolistic and free. Monopoly competition prevails in the presence of a small fleet of cars of the same brand, serviced at specialized enterprises. In the general case, most enterprises experience mostly free competition, which can be divided into 4 types: acute, moderate, weak, and zero. Zero competition is equivalent to monopolistic competition and takes place in sparsely populated areas.

To determine the performance of car service enterprises operating in conditions of uneven demand, the mathematical apparatus of the queuing theory is used, which simulates the operation of car service enterprises and allow quantifying the economic effect of measures to optimize the capacity of technical services.

In small cities and especially in small settlements, there are cases when the range of potential sources of applications is limited to dozens of cars. The risk of a competing enterprise motivates them to search for optimal capacity. For this, the indicators of a functioning enterprise as a closed queuing system are calculated for various options for the interaction of performers at maintenance and repair posts: without mutual assistance, with partial mutual assistance and with full mutual assistance.

The article presents mathematical models that describe the performance of car service enterprises under zero-competition conditions, which allow optimizing power and maximizing profit.

**Keywords:** queuing system; posts; car service enterprises; repair; cars; application; power; optimization; functioning; competition; indicators; mathematical models