

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2021, №2, Том 13 / 2021, No 2, Vol 13 <https://esj.today/issue-2-2021.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/40SAVN221.pdf>

Ссылка для цитирования этой статьи:

Глазов А.И. Интегральное уравнение траектории плоской струи при избыточном давлении на её нижней поверхности и вакууме в подструйной воздушной полости // Вестник Евразийской науки, 2021 №2, <https://esj.today/PDF/40SAVN221.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

For citation:

Glazov A.I. (2021). Integral equation of the trajectory of a plane jet with excess pressure on its lower surface and vacuum in the subjet air cavity. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 2(13). Available at: <https://esj.today/PDF/40SAVN221.pdf> (in Russian)

УДК 627.83:532.533

Глазов Александр Иванович

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»
Москва, Россия

Доцент кафедры «Гидравлики и гидротехнического строительства»

Кандидат технических наук, доцент

E-mail: GlazovAI@mgsu.ru

РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=920976

Интегральное уравнение траектории плоской струи при избыточном давлении на её нижней поверхности и вакууме в подструйной воздушной полости

Аннотация. Характерной особенностью струйного течения на уступе является наличие под струей водяной подушки и воздушной полости с пониженным по сравнению с атмосферным давлением (вакуумом), что обусловлено выносом воздуха струей из подструйного пространства. Величина вакуума существенно влияет как на параметры потока в створе уступа, так и, в совокупности с толщиной подушки, – на траекторию струи. Поскольку процесс воздухозахвата не моделируется по Фрудру, достоверность результатов гидравлических расчетов натуральных сооружений по имеющимся в настоящее время эмпирическим формулам, которые получены на основе лабораторных данных и не содержат в качестве параметра величину давления в подструйной полости, может оказаться недостаточно высокой.

В статье рассматривается общая схема течения на уступе. Акцентируется внимание на разных условиях движения струи на двух участках её траектории: в пределах воздушной полости и водяной подушки. Дается рекомендация по разработке аналитического инженерного метода расчета параметров струйного течения за уступом, учитывающего наличие вакуума в подструйной воздушной полости, уклоны дна канала выше и ниже стенки падения, а также распределение скоростей по глубине потока в створе уступа на основе метода виртуальной струи. Приводится вывод интегрального уравнения траектории и зависимостей для расчета параметров струи в пределах водяной подушки с учетом сил турбулентного трения, развивающихся в турбулентном пограничном слое между транзитным потоком и объемом воды под струей. Даются область определения полученных зависимостей и рекомендации по их использованию.

Ключевые слова: уступ; струйное течение; турбулентный пограничный слой; касательные напряжения; потери энергии; избыточное давление; вакуум

Течения по схеме падения потока с уступа (рис. 1) реализуются на широко распространенных сооружениях разного типа: водосливах с широким порогом или тонкой стенкой; одно- и многоступенчатых перепадах, выполняющих роль водосбросов или сопрягающих сооружений в каналах и системах водоотвода; на водосбросных сооружениях, включающих стенку падения как конструктивный элемент, обеспечивающий сопряжение потока, выходящего из вышележащей части водосброса с напорным или безнапорным режимом работы, а в последнем случае бурного или спокойного, с нижним бьефом; на аэраторах потока, устраиваемых для защиты водосбросных сооружений от вредного воздействия кавитации и в других случаях.

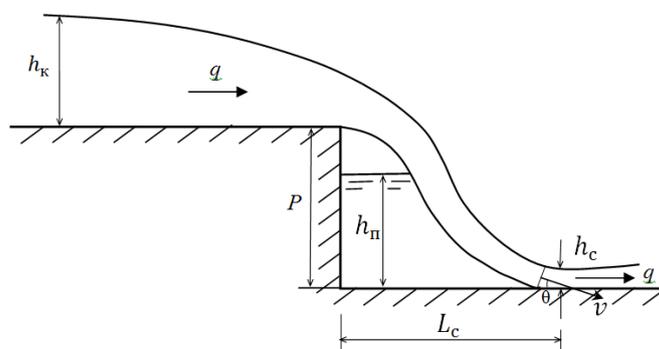


Рисунок 1. Схема течения на уступе (составлено автором)

Такие течения характеризуются рядом особенностей. При падении незатопленной плоской струи, имеющей удельный расход q , на твердую поверхность возникает обратное течение с расходом q_1 , который зависит от угла θ наклона вектора скорости струи к твердой поверхности [1; 2]:

$$q_1 = q \frac{1 - \cos \theta}{2}, \quad (1)$$

Причем, как явствует из формулы (1), с уменьшением угла падения θ расход обратного тока жидкости уменьшается. В рассматриваемом случае вода из подструйного пространства не отводится, поэтому под струей формируется водяная подушка. По мере возрастания её толщины увеличивается давление воды на нижнюю поверхность струи, что приводит к изменению (уполаживанию) её траектории, уменьшению угла падения струи на дно отводящего канала и, соответственно, уменьшению расхода обратного тока жидкости. В итоге система "струя – водяная подушка" приходит в равновесное состояние, характеризующееся значениями глубины воды под струей h_n , глубины потока h_c и скорости течения в сжатом сечении, а также расстояния L_c , определяющего положение этого сечения относительно стенки падения. При этом за счет захвата падающей струей воздуха и выноса его из подструйного пространства в последнем устанавливается пониженное по сравнению с атмосферным давление, то есть, возникает вакуум. Для его стабилизации требуется вентиляция подструйного пространства.

При проектировании важно правильно определить глубину и скорость потока в сжатом сечении, его удаление от стенки падения, а также положение уровня воды в подструйном пространстве, поскольку эти характеристики являются определяющими для решения задач гидравлических расчетов и конструирования на основе их результатов участка сооружения, расположенного за уступом. Очевидно, что в зависимости от типа конкретного сооружения эти задачи могут быть разными, например: определение гидравлических режимов движения потока на нижележащем участке канала; гидравлические расчеты ступеней перепада; расчеты сопряжения потока с нижним бьефом; расчеты аэраторов потока, на которых положение уровня воды под струей является одним из основных факторов, определяющих дальность отлета струи

(длину подструйной воздушной полости) и, соответственно, воздухозахватывающую способность потока¹ и другие. В свою очередь, при спокойном состоянии потока в подводящем канале (до сечения с критической глубиной h_k , которое располагается на расстоянии $(2 \dots 2,5)h_k$ от незатопленного уступа (см. рис. 1)) наличие вакуума в подструйном пространстве влияет на распределение скоростей по глубине потока в сечении над стенкой падения [3], что отражается на указанных выше параметрах, характеризующих течение за уступом. При этом полное затопление подструйного пространства (самоподтопление уступа) также приводит к изменению глубины потока и формы эпюры скоростей в сечении над уступом, а затопление (полное или частичное) вентиляционных отверстий – к сокращению расхода поступающего в подструйное пространство воздуха и, соответственно, к повышению вакуума в нем, то есть, к изменению всей картины течения за уступом (см. выше). Что касается азраторов потока, то превышение уровня воды под струей над нижней кромкой выходных отверстий воздухопроводов на этих конструктивных элементах водосбросов не допускается, поскольку приводит к частичной или полной потере их работоспособности.

Большое разнообразие инженерных задач, связанных с течением на уступе, определяет устойчивый интерес научного сообщества к этой проблеме в течение длительного периода времени [4–13]. Однако следует отметить, что имеющиеся в настоящее время зависимости, характеризующие различные аспекты течений на уступе, получены эмпирическим путем и соответствуют истечению потока с горизонтальной полки на горизонтальное дно. При этом величина давления (вакуума) в подструйном воздушном пространстве либо не учитывается, либо оценивается качественными характеристиками течений "со свободным доступом воздуха под струю" и "без доступа воздуха под струю"² [6–8], что нельзя считать приемлемым, поскольку, как известно (см., например, [14]), воздухозахватывающая способность струи не подчиняется закономерностям моделирования по Фрудру. Следовательно, нет полной уверенности в достоверности результатов гидравлических расчетов реальных сооружений по эмпирическим зависимостям, полученным на основе модельных гидравлических исследований и не содержащих в качестве параметра величину вакуума в подструйной воздушной полости.

Применение современных программных комплексов для математического моделирования течений на уступе также может быть сопряжено с определенными трудностями, что связано как с возможностью применения той или иной CFD-модели [12], так и с необходимостью её верификации для конкретных граничных условий путем подбора оптимальных значений параметров модели турбулентности, используемой в программном комплексе. Последнее предполагает наличие данных, полученных экспериментально при физическом моделировании. Другими словами, наиболее достоверные решения гидравлических задач проектирования гидротехнических сооружений методами вычислительной гидродинамики могут быть получены на основе так называемого гибридного моделирования [15].

Таким образом, разработка аналитического инженерного метода расчета течений на уступе, учитывающего распределение скоростей по глубине потока в сечении над уступом, величину вакуума в подструйной воздушной полости, а также уклоны дна канала выше и ниже стенки падения, по-прежнему остается актуальной задачей. Она может быть решена с помощью метода виртуальной струи, дающего результаты, хорошо подтверждаемые экспериментальными данными [16]. Суть метода заключается в том, что траектория центра масс реальной струи рассчитывается как осевая линия (траектория центра масс) виртуальной

¹ Руководство по гидравлическим расчетам водосбросов бетонных и железобетонных плотин. М.: ФАУ "ФЦС". 2017. – 319 с.

² Справочник по гидравлике / Под ред. В.А. Большакова. Изд. 2-е. – К.: Вища шк., 1984. – 343 с.

струи с равномерным распределением скоростей в поперечных сечениях и на её основе определяются скорости в расчетных сечениях реальной струи, а также вычисляются координаты точек на границах струи с использованием уравнения неразрывности.

В общем случае (см. рис. 1) траектория формирующейся на уступе и движущейся в поле силы тяжести струи разделена на два участка. Первый соответствует габаритам подструйной воздушной полости. Здесь поток испытывает только влияние разности давлений на его верхнюю и нижнюю поверхности (влияние вакуума в подструйной полости). Потери энергии на этом участке можно не учитывать, поскольку силы трения на контактирующих с воздушной средой границах струи незначительны. На втором к факторам, определяющим условия движения струи, добавляются избыточное давление со стороны водяной подушки и вызывающие торможение струи касательные напряжения, обусловленные наличием турбулентного пограничного слоя между транзитным потоком и объемом воды в подструйном пространстве.

Метод расчета параметров струи на первом участке её траектории может быть разработан с использованием зависимостей, приведенных в [17].

Для решения аналогичной задачи применительно ко второму участку необходимо получить базовое уравнение траектории центра масс плоской струи, учитывающее особенности её движения в пределах водяной подушки. С этой целью рассмотрим струйное течение в соответствии с расчетной схемой, показанной на рис. 2, приняв следующие упрощающие допущения: давление воды на нижнюю поверхность струи со стороны водяной подушки распределяется по закону гидростатики; нижняя граница струи является поверхностью раздела, ограничивающей транзитную часть потока с постоянной массой, и практически совпадает с осью турбулентного пограничного слоя [18]. При этом считаем известными удельный расход струи q , давление в подструйной воздушной полости p_n , атмосферное давление p_a , а также скорость v_0 и угол α_0 наклона её вектора к горизонту при входе струи под уровень воды в подструйном пространстве.

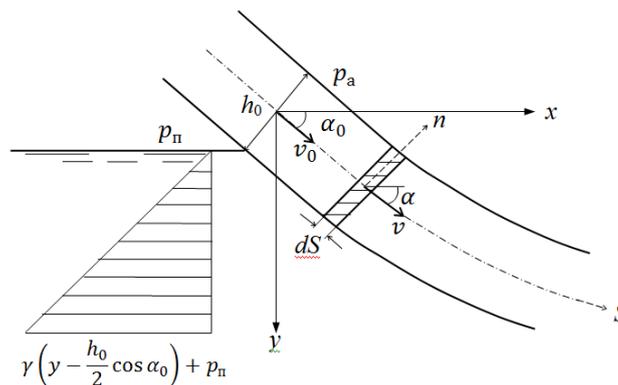


Рисунок 2. Расчетная схема течения (составлено автором)

Рассматривая плоскую задачу, выделим в струе элементарный отсек длиной dS (см. рис. 2) и запишем дифференциальные уравнения его движения в естественных координатах [19]:

$$m \frac{dv}{dt} = \Sigma P_s ; \tag{2}$$

$$m \frac{v^2}{R} = \Sigma P_n , \tag{3}$$

где: m – масса отсека;

t – время;

R – радиус кривизны траектории;

ΣP_s , ΣP_n – сумма проекций всех сил на направление движения и главную нормаль соответственно.

Допуская, что по толщине струи давление распределяется по линейному закону [20], учитываем следующие силы, действующие на выделенный отсек (рис. 3):

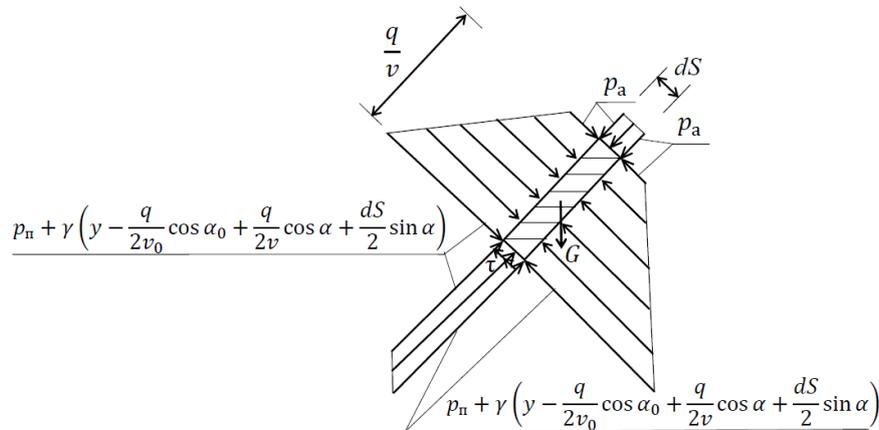


Рисунок 3. Силы, действующие на выделенный отсек жидкости (составлено автором)

- собственный вес отсека:

$$G = \gamma \frac{q}{v} dS = \rho g \frac{q}{v} dS,$$

где: γ, ρ – удельный вес и плотность воды;

g – ускорение свободного падения;

v – скорость движения отсека;

- силу гидростатического давления со стороны водяной подушки с учетом давления в подструйном воздушном пространстве:

$$P_1 = \left(p_n + \gamma y - \gamma \frac{q}{2v_0} \cos \alpha_0 + \gamma \frac{q}{2v} \cos \alpha \right) dS;$$

- силу давления на верхнюю поверхность:

$$P_2 = p_a dS;$$

- силу давления на верхнюю торцевую поверхность:

$$P_3 = 0,5 \frac{q}{v} \left(p_n + \gamma y - \gamma \frac{q}{2v_0} \cos \alpha_0 + \gamma \frac{q}{2v} \cos \alpha - \gamma \frac{dS}{2} \sin \alpha + p_a \right);$$

- силу давления на нижнюю торцевую поверхность:

$$P_4 = 0,5 \frac{q}{v} \left(p_n + \gamma y - \gamma \frac{q}{2v_0} \cos \alpha_0 + \gamma \frac{q}{2v} \cos \alpha + \gamma \frac{dS}{2} \sin \alpha + p_a \right);$$

- силу трения на нижней поверхности отсека:

$$T = \tau dS,$$

где: τ – турбулентные касательные напряжения на нижней поверхности отсека (на границе ядра постоянной массы струи).

Тогда входящие в (2) и (3) суммы проекций сил можем расшифровать следующим образом:

$$\Sigma P_s = P_3 - P_4 - T + G \sin \alpha; \Sigma P_n = P_1 - P_2 - G \cos \alpha. \quad (4)$$

Выражения (4) после подстановки соответствующих величин согласно вышеприведенным зависимостям и небольших преобразований с учетом равенства $p_{\text{атм}} - p_{\text{п}} = \rho g h_{\text{вак}}$, где $h_{\text{вак}}$ – величина вакуума, выраженная в единицах водяного столба, приобретают вид:

$$\Sigma P_s = \rho g \frac{q \sin \alpha}{2v} dS - \tau dS; \quad (5)$$

$$\Sigma P_n = \rho g \left(y dS - \frac{q \cos \alpha_0}{2v_0} dS + \frac{q \cos \alpha}{2v} dS - h_{\text{вак}} dS - \frac{q \cos \alpha}{v} dS \right). \quad (6)$$

Имея в виду (5) и (6), зависимость $m = \rho \frac{q}{v} dS$, а также соотношения

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dS} \frac{dS}{dt} = v \frac{dv}{dS} \cdot \frac{1}{R} = - \frac{d\alpha}{dS}$$

исходные уравнения (2) и (3) после проведения преобразований можем записать в виде:

$$v \frac{dv}{dS} = 0,5g \sin \alpha - \tau \frac{v}{\rho q}; \quad (7)$$

$$-qv \frac{d\alpha}{dS} = gy - 0,5g \frac{q}{v} \cos \alpha - g h_{\text{вак}} - 0,5g \frac{q}{v_0} \cos \alpha_0. \quad (8)$$

Учитывая, что

$$\sin \alpha = \frac{dy}{dS},$$

в уравнении (7) разделяем переменные и получаем:

$$v dv = 0,5g dy - \tau \frac{v}{\rho q} dS$$

или в интегральной форме при начальных условиях $v = v_{\text{н}}, y = y_{\text{н}}, S = S_{\text{н}}$:

$$\int_{v_{\text{н}}}^v v dv = 0,5g \int_{y_{\text{н}}}^y dy - \int_{S_{\text{н}}}^S \tau \frac{v}{\rho q} dS. \quad (9)$$

Последний интеграл в правой части уравнения (9) представляет собой изменение (потери) кинетической энергии потока при его движении на участке траектории длиной $\Delta S = S - S_{\text{н}}$, численно равное работе, совершаемой турбулентными касательными напряжениями на этом участке.

Предполагаем, что для определения потерь энергии траектория струи приближенно может быть представлена как кусочно-линейная функция координат (это предопределяет её расчет отдельными фрагментами длиной $\Delta L \approx \Delta S$). Тогда, переходя к средней скорости на расчетном участке струи $v_{\text{ср}} = 0,5(v_{\text{н}} + v)$, где $v_{\text{н}}, v$ – скорости соответственно в начале и конце расчетного участка, рассматриваемый интеграл можем заменить в соответствии с равенством

$$\int_{S_{\text{н}}}^S \tau \frac{v}{\rho q} dS = 0,5\tau \frac{(v_{\text{н}} + v)}{\rho q} \Delta L. \quad (10)$$

Принимая во внимание зависимость (10), интегрируем (9) и после преобразований получаем квадратное уравнение, в котором неизвестным параметром, подлежащим определению, является скорости струи:

$$v^2 + \frac{\tau \Delta L}{\rho q} v + \frac{\tau \Delta L}{\rho q} v_H - v_H^2 - g(y - y_H) = 0. \quad (11)$$

У этого уравнение два действительных корня, но физический смысл имеет только положительный.

Для определения турбулентных касательных напряжений τ воспользуемся рекомендациями Г.Н. Абрамовича [18]. На основе формулы Прандтля для τ он получил с учетом многочисленных экспериментальных данных разных авторов общую формулу для вычисления касательных напряжений в турбулентном пограничном слое свободной плоской струи. Для расчета τ на границе ядра постоянной массы струи она может быть представлена в удобном для использования виде:

$$\tau = 0,012 \rho v_0^2, \quad (12)$$

Величину ΔL найдем из общеизвестной зависимости

$$\Delta L = \sqrt{(x - x_H)^2 + (y - y_H)^2}, \quad (13)$$

выражающей длину отрезка через координаты x_H, y_H и x, y его начала и конца.

На основании соотношений

$$x - x_H = \Delta L \cos \alpha; \quad y - y_H = \Delta L \sin \alpha = \Delta L \sqrt{1 - (\cos \alpha)^2},$$

где α – угол наклона расчетного участка траектории к горизонту,

можем записать

$$\frac{x - x_H}{y - y_H} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}},$$

откуда следует:

$$x - x_H = (y - y_H) \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}}.$$

Исключив с помощью этого равенства из (13) разность $x - x_H$, в итоге получаем искомую величину:

$$\Delta L = (y - y_H) \sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha)^2}{1 - (\cos \alpha)^2}}, \quad (14)$$

Подставив зависимости (12) и (14) в общую формулу для имеющего физический смысл положительного корня уравнения (11) и выполнив необходимые преобразования, приходим к выражению для определения скорости струи:

$$v = -0,006 \frac{v_0^2}{q} (y - y_H) \sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha)^2}{1 - (\cos \alpha)^2}} + \sqrt{\left[0,006 \frac{v_0^2}{q} (y - y_H) \sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha)^2}{1 - (\cos \alpha)^2}} \right]^2 - (y - y_H) \left(\frac{0,012 v_0^2}{q} v_H \sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha)^2}{1 - (\cos \alpha)^2}} - g \right) + v_H^2}. \quad (15)$$

Отсюда, вводя для упрощения записи обозначения

$$A = 0,006 \frac{v_0^2}{q} \sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha)^2}{1 - (\cos \alpha)^2}}; B = \left(\frac{0,012v_0^2}{q} v_H \sqrt{1 + \frac{(\cos \alpha)^2}{1 - (\cos \alpha)^2}} - g \right),$$

и произведя небольшие преобразования, находим:

$$y = \frac{v_H^2 - v^2}{2Av + B} + y_H. \quad (16)$$

Выразим из (7) dS и подставим в уравнение (8), которое после исключения $d\alpha$ согласно соотношению

$$d\alpha = -\frac{d \cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{d \cos \alpha}{\sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}}$$

и преобразований приобретает вид:

$$\frac{d \cos \alpha}{dv} = \frac{\frac{2}{q}y - \frac{\cos \alpha}{v} - \frac{gh_0 \cos \alpha_0 + 2gh_{\text{вак}}}{gq}}{1 - 0,024 \frac{v_0^2 v}{gq \sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}}}.$$

Заменив в этом равенстве y в соответствии с (16) и интегрируя при начальных условиях

$$v = v_H, \cos \alpha = \cos \alpha_H,$$

получаем зависимость для вычисления косинуса угла наклона расчетного участка траектории к горизонту:

$$\cos \alpha = \int_{v_H}^v \frac{\frac{2}{q} \left(\frac{v_H^2 - v^2}{2Av + B} + y_H \right) - \frac{\cos \alpha}{v} - \frac{gh_0 \cos \alpha_0 + 2gh_{\text{вак}}}{gq}}{1 - 0,024 \frac{v_0^2 v}{gq \sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}}} dv + \cos \alpha_H. \quad (17)$$

Уравнение (17) является базовым для получения интегрального уравнения траектории в координатах x, y . Поскольку

$$dx = dS \cos \alpha; dy = dS \sin \alpha,$$

имеем:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{dS \cos \alpha}{dS \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}},$$

что после подстановки (17) и интегрирования при начальных условиях

$$x = x_H; y = y_H$$

дает искомое уравнение для определения абсциссы x точки траектории центра масс струи при заданной ординате y этой точки:

$$x = \int_{y_H}^y \frac{\int_{v_H}^v \frac{\frac{2}{q} \left(\frac{v_H^2 - v^2}{2Av + B} + y_H \right) - \frac{\cos \alpha}{v} - \frac{gh_0 \cos \alpha_0 + 2gh_{\text{вак}}}{gq}}{1 - 0,024 \frac{v_0^2 v}{gq \sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}}} dv + \cos \alpha_H}{\sqrt{1 - \left(\int_{v_H}^v \frac{\frac{2}{q} \left(\frac{v_H^2 - v^2}{2Av + B} + y_H \right) - \frac{\cos \alpha}{v} - \frac{gh_0 \cos \alpha_0 + 2gh_{\text{вак}}}{gq}}{1 - 0,024 \frac{v_0^2 v}{gq \sqrt{1 - (\cos \alpha)^2}}} dv + \cos \alpha_H \right)^2}} dy + x_H. \quad (18)$$

Решение (18) может быть осуществлено одним из методов численного интегрирования, например, часто используемым на практике методом Симпсона. При этом на каждом шаге по y интеграл, входящий в состав подынтегральной функции, также вычисляется численно. В

процессе этих вычислений решение уравнений (15) и (17) осуществляется с использованием метода последовательных приближений. Поскольку расчет ведется по участкам траектории, полученные в результате вычислений параметры струи в конце предыдущего участка являются начальными для расчета последующего.

Областью определения уравнений (14)–(18) является интервал $-1 < \cos \alpha < 1$. Это соответствует возможным вариантам физической картины течения за уступом. В частности, при наличии вакуума в подструйной воздушной полости не исключена возможность входа струи под уровень подушки под отрицательным углом α_0 (направление движения струи меняется в пределах воздушной полости). В том случае, струя, двигаясь в пределах подушки, по достижении значения $\cos \alpha = 0$ может изменить свое направление на положительное, что обусловлено наличием избыточного давления на её нижней поверхности.

Таким образом, аналитическим путем с учетом сил трения в турбулентном пограничном слое получены зависимости, необходимые для расчета параметров струи, движущейся в поле силы тяжести при наличии избыточного давления на её нижней поверхности и вакуума в подструйной воздушной полости. Они имеют общий характер и могут быть использованы в расчетах различных сооружений, работающих по схеме истечения потока с уступа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г.Ю. Гидродинамическая теория аппаратов на воздушной подушке. М.: Машгиз, 1963 – 95 с.
2. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979 – 536 с.
3. Glazov A.I. Effect of the vacuum under the nappe on the brink depth in a rectangular channel // *Power Technology and Engineering*. 2020. V. 53. N. 6. P. 703–706.
4. Moore W.L. Energy loss at the base of a free overfall. *Proc. ASCE*. 1941. V. 67. N. 9. P. 1697–1714.
5. Rand W. Flow geometry at straight drop spillways. *Proc. ASCE*. 1955. V. 81. September. P. 791, 1–13.
6. Дмитриевский Н.Г. Потеря энергии в струе на перепадах прямоугольного сечения // *Гидротехника и мелиорация*. 1956. № 9. С. 50–55.
7. Константинов Ю.М. К вопросу о потерях энергии в струе на перепадах прямоугольного сечения // *Гидротехника и мелиорация*. 1957. № 8. С. 46–48.
8. Дмитриевский Н.Г. Определение давления струи на водобой за перепадом на каналах прямоугольного сечения при свободном доступе воздуха под струю // *Известия ВУЗ. Строительство и архитектура*. 1958. № 8. С. 75–80.
9. Gill M.A. Hydraulics of rectangular vertical drop structures // *Journal of Hydraulic Research*. 1979. V. 17. N. 4. P. 289–302.
10. Hager W.H. Hydraulics of Plane Free Overfall // *Journal of Hydraulic Engineering*. 1983. V. 109. I. 12. P. 1683–1697.
11. Швайнштейн А.М., Шкуропат А.Г. Экспериментальные исследования гидравлических условий течения за вертикальным уступом между напорным и безнапорным участками глубинного водосброса // *Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева*. 2007. Т. 247. С. 71–76.

12. Сергеенко К.М., Малаханов В.В., Белоусов А.Р. и др. Математическое моделирование течения воды через водослив с широким порогом с применением CFD-кода STAR-CCM+ // Гидротехническое строительство. 2018. № 8. С. 27–34.
13. Зуйков А.Л. Гидравлика бесколесных перепадов призматического прямоугольного профиля с горизонтальными ступенями // Гидротехническое строительство. 2020. № 7. С. 14–22.
14. Zagustin K., Castillejo N. Model-prototype correlation for flow aeration in the Guri dam spillway. – XX JAHR Congress, Proc. Subject B, Moscow, 1983, v. 3. P. 443–452.
15. Гиргидов А.А. Гибридное моделирование в проектировании гидротехнических сооружений и FLOW-3D® как средство его реализации // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3. С. 21–27.
16. Glazov A.I. Engineering method for calculating the parameters of an annular jet with a vacuum air cavity beneath it // Power Technology and Engineering. 2018. V. 52. N. 1. P. 15–22.
17. Глазов А.И. Параметры плоской незатопленной струи при наличии под ней вакуумной воздушной полости // Строительство и архитектура. 1983. № 8. С. 91–94.
18. Теория турбулентных струй / Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Под ред. Г.Н. Абрамовича. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 720 с.
19. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, ч. 2. М.: Высшая школа, 1977. – 531 с.
20. Слиский С.М. Гидравлика зданий гидроэлектростанций. М.: Энергия, 1970. – 424 с.

Glazov Aleksandr Ivanovich

National research Moscow state university of civil engineering, Moscow, Russia

E-mail: GlazovAI@mgsu.ru

РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=920976

Integral equation of the trajectory of a plane jet with excess pressure on its lower surface and vacuum in the subjet air cavity

Abstract. A characteristic feature of the jet flow on the ledge is the presence of a water cushion under the jet and an air cavity with a reduced pressure (vacuum) compared to atmospheric pressure, which is caused by the removal of air from the jet space by the jet. The magnitude of the vacuum significantly affects both the flow parameters in the section of the ledge and, in conjunction with the pad thickness, the jet trajectory. Since the air intake process is not modeled according to Froude, the reliability of the results of hydraulic calculations of full-scale structures according to the currently available empirical formulas, which are obtained on the basis of laboratory data and do not contain the pressure in the underjet cavity as a parameter, may not be high enough.

The article discusses the general flow pattern on the ledge. Attention is focused on the different conditions of the jet movement on two sections of its trajectory: within the air cavity and the water cushion. A recommendation is given for the development of an analytical engineering method for calculating the parameters of the jet flow behind the bench, taking into account the presence of vacuum in the underjet air cavity, the slopes of the channel bottom above and below the wall of the fall, as well as the distribution of velocities over the depth of the flow in the bench section based on the virtual jet method. The derivation of the integral equation of the trajectory and dependences for calculating the parameters of the jet within the water cushion, taking into account the forces of turbulent friction developing in the turbulent boundary layer between the transit flow and the volume of water under the jet, is presented. The scope of definition of the obtained dependencies and recommendations for their use are given.

Keywords: ledge; jet flow; turbulent boundary layer; shear stresses; energy losses; excess pressure; vacuum