

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2020, №5, Том 12 / 2020, No 5, Vol 12 <https://esj.today/issue-5-2020.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/40SAVN520.pdf>

Ссылка для цитирования этой статьи:

Лопашук В.В., Лопашук А.В., Лопашук С.В. Единый метод расчета и проектирования серпантин // Вестник Евразийской науки, 2020 №5, <https://esj.today/PDF/40SAVN520.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

For citation:

Lopashuk V.V., Lopashuk A.V., Lopashuk S.V. (2020). Unified serpentine design and calculation method. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 5(12). Available at: <https://esj.today/PDF/40SAVN520.pdf> (in Russian)

УДК 625.711.814.2

ГРНТИ 67.03.03

Лопашук Виктор Владимирович

ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Хабаровск, Россия
Доцент кафедры «Автомобильные дороги»
Кандидат технических наук, доцент
E-mail: VLopashuk@27PRO.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2005-6055>

Лопашук Андрей Викторович

ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Хабаровск, Россия
Доцент кафедры «Автомобильные дороги»
Кандидат технических наук
E-mail: ALopashuk@27PRO.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7823-3889>

Лопашук Сергей Викторович

ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Хабаровск, Россия
Магистр группы АД(м)-81
E-mail: SLOpashuk@27PRO.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5732-6242>

Единый метод расчета и проектирования серпантин

Аннотация. Серпантина является сложным элементом плана трассы, предназначена для развития, удлинения трассы в горных условиях и описывает закругление с внешней стороны угла.

В общем виде серпантина состоит из трех закруглений: основного и двух вспомогательных. Между этими закруглениями могут быть прямые вставки, а сами закругления могут представлять из себя круговую кривую с несимметричными переходными кривыми. Таким образом, серпантина может состоять из рационального сочетания 11 элементов плана трассы: трех круговых кривых, шести клотоид и двух прямых вставок.

Расчет серпантины заключается в определении таких параметров элементов плана трассы, при которых будет обеспечены: нормативные требования к трассе; правильное сочленения и размещения элементов серпантины; устойчивость трассы на косогоре; оптимизация объемов земляных работ; безопасность и удобство движения.

При расчете серпантин требуется определить величины углов поворота вспомогательных закруглений при любом положении центра основного закругления и любых параметрах элементов серпантины. Точный аналитический расчет серпантин известен только

для частного случая, с расположением центра основного закругления в точке пересечения ветвей серпантины. Во всех остальных случаях используют итерационные, приближенные или графоаналитические методы расчета.

Авторами впервые получен точный аналитический метод расчета серпантины любого вида и рода. В статье приводится описание единой расчетной схемы. Серпантина рассматривается в прямоугольной системе координат, а положение центра основного закругления задается полярными координатами. Авторами приведен пример расчета серпантины.

Предложенный авторами метод расчета серпантин является легко алгоритмизируемым и может быть внедрен в программы по проектированию автомобильных дорог.

Ключевые слова: круговая кривая; клотоида; серпантина; угол поворота трассы; радиус кривой; дирекционный угол; коробовое закругление

Введение

Автомобильная дорога в плане представляет собой сочетание элементов трассы, к которым относят прямые, круговые и переходные кривые. Последние представлены, как правило, клотоидами. Комбинация этих элементов трассы позволяет получить более сложные элементы плана. К ним относят: симметричные и не симметричные биклотоиды, представляющее собой закругление, состоящее из двух клотоид без круговой вставки; симметричное или не симметричное закругление с круговой вставкой и переходными кривыми; коробовое закругление, составленное из дуг круговых кривых разных радиусов, описанных из нескольких центров.

Наиболее сложным элементом плана трассы является серпантина. Если предыдущие элементы плана используются для вписывания закругления во внутренний угол поворота, то серпантина, предназначенная для развития, удлинения трассы в горных условиях и описывает закругление с внешней стороны угла.

Расчет элементов серпантины с соблюдением нормативных требований к трассе и с возможностью правильного сочленения и размещения элементов серпантины, обеспечивающей безопасность и удобства движения, весьма сложная задача. Однако, в конечном итоге, расчет можно свести к нахождению величин углов поворота вспомогательных закруглений при любом расположении центра основного закругления. После вычисления углов поворота на вспомогательных закруглениях расчет сводится к традиционным методам проектирования элементов плана трассы автомобильной дороги.

В настоящее время существует ряд способов расчета серпантин, которые условно можно разделить на графоаналитические и аналитические. Графоаналитические методы, включают в себя также отдельное проектирование основной и вспомогательных закруглений, вообще нельзя рассматривать как единый, универсальный метод. Расчет выполняется для каждого конкретного случая. Аналитические методы можно разделить на точные и приближенные или итерационные. К сожалению, до настоящих исследований, точный метод расчета серпантин был известен только для частного случая симметричной серпантины, когда центр основного закругления находится в точке пересечения ветвей серпантины. Проекты серпантинных трасс, соответствующие такому частному случаю расчета, встречаются весьма редко. Как правило основное закругление серпантины смещают на местности с учетом реальных топографических

и грунтовых условий. При смещении центра основного закругления, расчет серпантин сводился либо к приближенным вычислениям, либо к итерационному методу. В последнем случае углы поворота вспомогательных закруглений назначаются по определенному алгоритму, а для обеспечения правильности расчетной схемы серпантин – корректируют и округляют исходные значения радиусов вспомогательных закруглений.

В настоящей работе впервые были получены точные аналитические зависимости, позволяющие выполнять расчет серпантин любого вида и рода, при любом расположении центра основного закругления. Более того, если в предыдущих методах расчета рассматривали симметричные вспомогательные и основное закругления, то в предлагаемой общей расчётной модели каждая из шести клотоид серпантин может иметь свою длину, обеспечивая тем самым более рациональное вписывание клотоиды в рельеф местности и более качественное обеспечение комфортных и безопасных условий движения транспорта.

Серпантин, как элемент дороги, использовался в горной местности еще для гужевых дорог. В справочнике инженера дорожника 1935 года издания¹ описано два вида серпантин – нормальные и упрощенные и площадки.

Нормальная серпантин состоит из дуги окружности наименьшего допускаемого на дороге радиуса и двух обратных кривых, сопрягающиеся с прямыми участками; между кривыми помещаются прямые вставки длиной не менее 20 м.

При очень крутых склонах, например, при 45° и больше, устройство серпантин затруднено, так как требует большой объем земляных работ и сооружение подпорных стенок, поэтому в этих случаях, особенно когда нет автомобильного движения, прибегали к устройству упрощенных серпантин и площадок.

Упрощенной серпантин называли такую серпантин, у которой внутренние бровки дороги смежных участков зигзагов доводятся до взаимного пересечения под острым углом, а не сопрягаются закруглением, как в обыкновенных серпантин. Радиус наружной бровки полотна, а тем самым и ширина самого полотна упрощенной серпантин должна была быть не менее 8 м; Сопряжение с нормальной шириной полотна на прямой должно быть разогнано на длине не менее 20 м.

Площадка представляла собой некоторое отличие от упрощенной серпантин большим уширением дороги в месте пересечения.

В «Основах проектирования автомобильных дорог»² описан способ расчета серпантин с применение графо-аналитических методов.

В книге «Изыскание и проектирование автомобильных дорог в горной местности»³ приведена формула для нахождения углов поворота вспомогательных закруглений при условии то центр основного закругления находится в точке пересечения ветвей серпантин и переходные кривые отсутствуют.

¹ Справочник инженера дорожника для инженеров и техников дорожного дела. Изыскания и проектирование автогужевого дорог. Под ред. Проф. А.И. Анохина. Государственное транспортное издательство. Ленинградское отделение. – Л. 1935, 686 с.

² Основы проектирования автомобильных дорог. Под ред. Проф. Г.Д. Дубелира. – Л.: Издательство Наркомхоза РСФСР. 1938. – 228 с.

³ Соколов М.Л., Трескинский С.А. Изыскания и проектирование автомобильных дорог в горной местности. – М. Научно-техническое издательство министерства автомоб. транспорта и шоссейных дорог РСФСР, 1961. – 256 с.

Наиболее полно расчет серпантин рассмотрен Н.А. Минитым⁴. Автором предложен и систематизирован единый подход к расчету серпантин и для многих инженеров-дорожников – это издание является неотъемлемой частью их библиотечного фонда.

Не умоляя всех достоинств книги Митина Н.А., следует все же отметить, что предложенный им подход к расчету серпантин не является общим и универсальным. Единой расчётной схемы серпантин не было предложено. Отдельно рассмотрены расчеты симметричных, не симметричных серпантин и полусерпантин, с переходными кривыми и без, с расположением центра основного закругления слева и справа. И во всех расчетных схемах были использованы симметричные закругления, у которых переходные кривые в начале и в конце круговых вставок равны между собой.

В конечном итоге весь расчет сводился к определению величин углов вспомогательных закруглений. Причем точные значения вспомогательных углов находят только в частном случае, когда центр основного закругления находится в точке пересечения ветвей серпантин. При смещении центра основного закругления относительно центра пересечения осей или при использовании переходных кривых, используемое уравнение превращается в нелинейное уравнение. В этом случае автор не смог предложить точного уравнения для расчета углов и для выполнения расчета и прибегает к определенным упрощениям, приводящим погрешностям нахождения величин углов. Весь последующий расчет сводится к традиционному проектированию элементов плана трассы. Часть примеров расчета серпантин, приведенных в книге являются не корректными, так как не выполняется условие по размещению переходных кривых на закруглениях.

В справочнике инженера-дорожника 1977 года под редакцией О.В. Андреева⁵ приведены только схемы серпантин с указанием на методику расчета, приведенную в книге Митина Н.А.

В 1981 году вышла книга Ксенодохова В.И. в которой он предложил для проектирования и расчета серпантин использовать только клотоиды⁶. Однако, применение одних клотоид существенно сужает возможность конфигурирования формы серпантин, а отсутствие круговой вставки на основном закруглении вовсе не обосновано. Клотоидные серпантин не нашли широкого применения в практики проектирования.

В книге Бабкова В.Ф. и Андреева О.В., переизданной в 1987 году⁷ приводится описание различных серпантин, однако расчет углов поворота вспомогательных кривых предложен только для частного случая-симметричная серпантин без переходных кривых с центром основного закругления в точке пересечения ветвей серпантин.

В 2010 году в свет вышла книга Федотова Г.А. и Поспелова П.И. «Изыскание и проектирование автомобильных дорог»⁸ с аналогичным изложением материала по проектированию серпантин. Подобные методы расчета использованы и другими авторами [1].

⁴ Митин Н.А. Серпантин. Метод расчета и разбивки. Таблицы. – М.: Транспорт, 1980. – 213 с.

⁵ Справочник инженера-дорожника. Изыскания и проектирование автомобильных дорог. Изд. 3-е перераб. и доп. Под ред. О.В. Андреева. М.: Транспорт, 1977, 559 с.

⁶ Ксенодохов В.И. Таблица для клотоидного проектирования и разбивки плана и профиля автомобильных дорог: Справочник. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1981. – 431 с.

⁷ Бабков В.Ф., Андреев О.В. Проектирование автомобильных дорог: в 2-х ч. Ч.2: Учебник для вузов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1987. – 415 с.

⁸ Федотов Г.А. Изыскания и проектирование автомобильных дорог. В 2 кн. Кн.2: Учебник / Г.А. Федотов, П.И. Поспелов. – М.: Высш. шк., 2010. – 519 с.

В 2019 году в издательстве Сибирского федерального университета вышло в свет учебное пособие Жукова В.И. и Гавриленко Т.В.⁹ в котором приведено качественное описание частного случая расчета – симметричной серпантинной с переходными кривыми как у основной, так и у вспомогательных кривых. Однако при расчете не симметричной серпантинной углы поворота вспомогательных закруглений вычисляются не корректно, что вызывает необходимость корректировать первоначальные радиусы вспомогательных закруглений, изменять исходные данные.

Одним из возможных вариантов трассирования перевальных участках горных автомобильных дорог является сплайн-трасса, проходящей через контрольные точки [2].

Анализ зарубежных литературных источников, посвященных расчету серпантин, показал, что иностранные специалисты используют аналогичные методы расчета [3].

Проектирование горных автомобильных дорог – это сложная задача, включающая вопросы: обоснования основных параметров и нормативов элементов плана и продольного профиля; расчета элементов трассы, обеспечивающих соблюдение соответствующих норм; обеспечения безопасности и комфорта дорожного движения.

Обоснованию норм проектирования горных автомобильных дорог посвящены труды отечественных [4; 5] и зарубежных специалистов [6; 7]. Наиболее острая проблема горных автомобильных дорогах, обеспечение безопасности дорожного движения [8], требует комплексного подхода к ее решению [9; 10]. В рамках настоящей статьи будут рассмотрены вопросы расчета элементов трассы горных дорог.

Обобщая обзор способов расчета и проектирования серпантин можно установить:

1. Основной расчет серпантин сводится к вычислению величин углов поворота вспомогательных закруглений. При известных углах поворота, расчет осуществляется по стандартным формулам проектирования элементов плана трассы.
2. Существующие на практике методы проектирования и расчета серпантин можно разделить на графоаналитические и аналитические.
3. При графоаналитических методах расчета вычерчивается схема серпантинной, назначаются величины углов поворота вспомогательных закруглений и аналитически определяют параметры серпантинной, корректируя при необходимости назначенную величину угла поворота вспомогательных закруглений. Разновидностью графоаналитического метода может служить раздельное проектирование основного и вспомогательных закруглений.
4. Аналитические методы расчета можно разделить на точные и приближенные (итерационные).
5. К точному методу расчета относится частный случай симметричной серпантинной с расположением центра основного закругления в точке пересечения ветвей серпантинной.
6. К итерационным, приближенным методам следует отнести методы, когда величина угла поворота вспомогательного закругления назначается по определенному алгоритму и далее корректируются радиусы вспомогательных закруглений.

⁹ Жуков В.И. Изыскания и проектирование автомобильных дорог в сложных условиях: учеб. пособие / В.И. Жуков, Т.В. Гавриленко. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2019. – 122 с.

7. До настоящего момента не было предложено единого метода расчета серпантины, позволяющей получать точные результаты расчета серпантину любого вида и рода.

В настоящей статье приводится вывод и описание общего метода расчета серпантин любого вида и рода с точным аналитическим вычислением величин углов поворота вспомогательных закруглений.

Методы

Для последующего изложения материала приведем основные понятия, определения и единую расчетную схему серпантины, позволяющую проектировать серпантины любого вида и рода. Для удобства восприятия материала, ввиду большого числа исходных параметров и элементов, расчетную схему изобразим на 3-х отдельных рисунках, раздельно указав линейные элементы, точки и угловые элементы расчетной схемы серпантины.

Будем рассматривать серпантины в локальной системе координат xOy . Начало координат поместим в точку пересечения осей серпантины O . В общей расчетной схеме серпантина должна иметь основную кривую с левой стороны. Если кривая расположена справа, то серпантину следует развернуть на 180° . Ось y (условно восток) направлена по биссектрисе острого угла α , а ось x (условно север) – вверх (рис. 1).

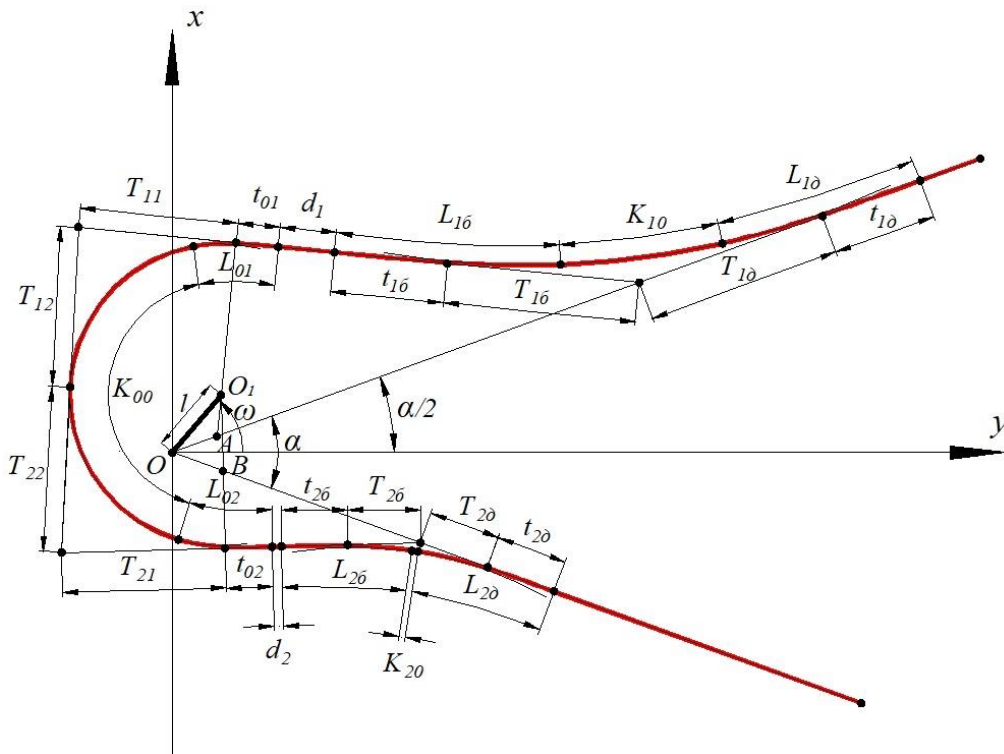


Рисунок 1. Общая схема серпантины при повороте трассы на лево. Элементы и параметры закруглений (составлено автором)

Общий поворот трассы на серпантине может быть, как на лево, так и на право. При повороте трассы на лево первое вспомогательное закругление расположено в верхней ветви серпантины и в обозначении элементов этого закругления применяем индекс 1, а второе вспомогательное закругление будет расположено в нижней ветви серпантины и в обозначении элементов этого закругления применим индекс 2. При повороте трассы на право – первое

закругление будет внизу чертежа, второе на верху. Начало трассы будет расположено со стороны первого вспомогательного округления.

Вспомогательные округления и основное округление могут иметь разные переходные кривые в начале и в конце округлений. То есть в общем случае имеем три несимметричные округления с круговыми вставками. Между вспомогательными округлениями расположены прямые вставки.

Положение центра основного округления O_1 смещаем относительно точки пересечения осей серпантин O на расстояние l и угол ω . Угол ω отчитываем против часовой стрелки начиная от биссектрисы острого угла серпантин α . Если угол откладывать по часовой стрелки, его надо в расчетах принимать со знаком минус.

Исходные данные для расчета серпантин:

α – острый угол серпантин, рад.;

l – смещение центра основного округления из точки пересечения ветвей серпантин O в точку O_1 , м;

ω – угол от биссектрисы острого угла серпантин на центр основного округления O_1 , м;

R_0 – радиус круговой кривой основного округления, м;

L_{01} – длина переходной кривой в начале основного округления, м;

L_{02} – длина переходной кривой в конце основного округления, м;

R_1 – радиус круговой кривой первого вспомогательного округления, м;

$L_{1б}$ – длина переходной кривой первого вспомогательного округления, расположенная ближе к основному округлению ($б$), т.е. это переходная кривая в конце первого вспомогательного округления, м;

$L_{1д}$ – длина переходной кривой первого вспомогательного округления, расположенная дальше от основного округления ($д$), т.е. это переходная кривая в начале первого вспомогательного округления, м;

d_1 – прямая вставка между концом первого вспомогательного округления и началом основного округления, м;

R_2 – радиус круговой кривой второго вспомогательного округления, м;

$L_{2б}$ – длина переходной кривой второго вспомогательного округления, расположенная ближе к основному округлению ($б$), т.е. это переходная кривая в начале второго вспомогательного округления, м;

$L_{2д}$ – длина переходной кривой второго вспомогательного округления, расположенная дальше от основного округления ($д$), т.е. это переходная кривая в конце второго вспомогательного округления, м;

d_2 – прямая вставка между концом основного округления и началом второго вспомогательного округления, м.

На общей схеме серпантин следует выделить основные точки (рис. 2).

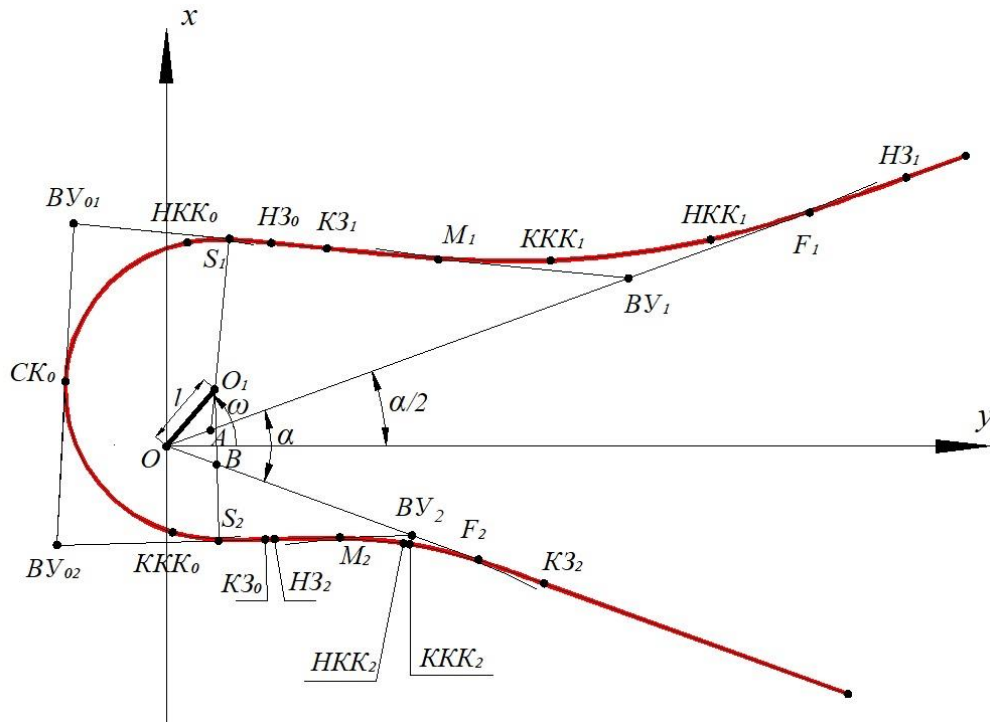


Рисунок 2. Общая схема серпантинки при повороте трассы на лево (составлено автором)

Главные точки серпантинки:

O – точка пересечения осей серпантинки;

O_1 – центр основного закругления;

BU_1 – вершина угла поворота первого вспомогательного закругления;

BU_2 – вершина угла поворота второго вспомогательного закругления;

BU_{01} – вершина угла поворота первой половины основного закругления;

BU_{02} – вершина угла поворота второй половины основного закругления;

HZ_1 – начало первого вспомогательного закругления;

HKK_1 – начало круговой кривой первого вспомогательного закругления;

KKK_1 – конец круговой кривой первого вспомогательного закругления;

KZ_1 – конец первого вспомогательного закругления;

HZ_0 – начало основного закругления;

HKK_0 – начало круговой кривой основного закругления;

CK_0 – середина кривой основного закругления;

KKK_0 – конец круговой кривой основного закругления;

KZ_0 – конец основного закругления;

HZ_2 – начало второго вспомогательного закругления;

HKK_2 – начало круговой кривой второго вспомогательного закругления;

KKK_2 – конец круговой кривой второго вспомогательного закругления;

KZ_2 – конец второго вспомогательного закругления.

Обязательным элементом общей расчетной схемы серпантины являются угловые параметры (рис. 3).

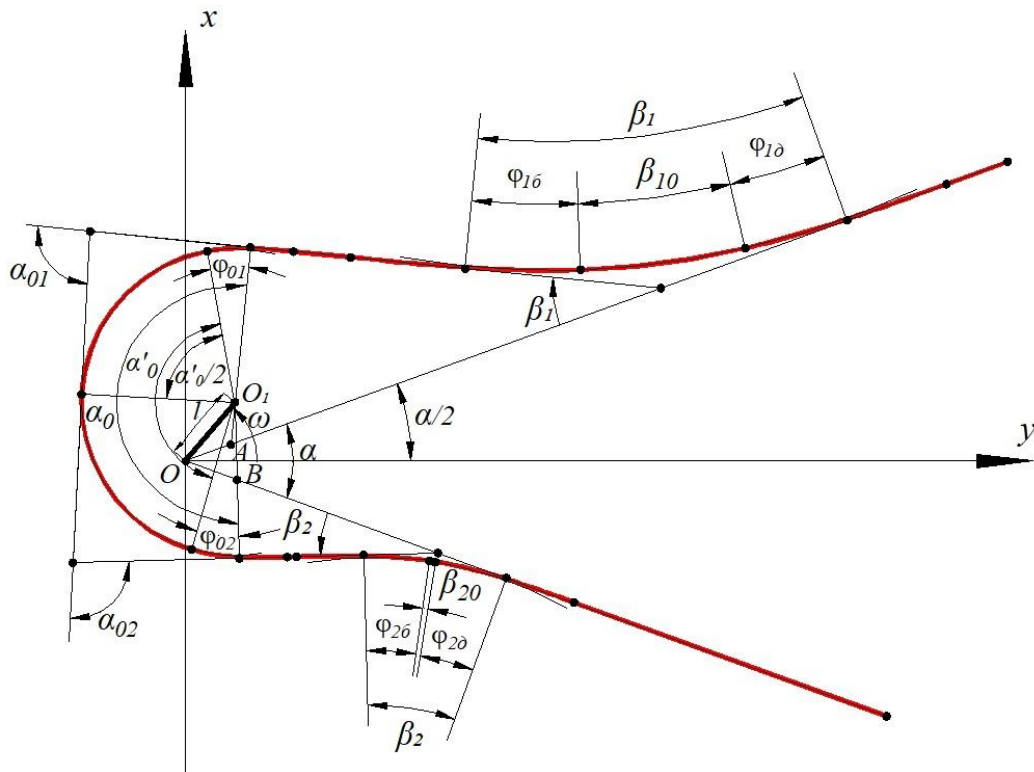


Рисунок 3. Общая схема серпантины при повороте трассы на лево. Угловые элементы серпантины (составлено автором)

Первое вспомогательное закругление:

β_1 – угол поворота первого вспомогательного закругления, который следует определить расчетом, (положительное значение угла – по часовой стрелке), рад.;

φ_{16} – часть угла первого вспомогательного закругления, приходящаяся на переходную кривую L_{16} , определяется по формуле, рад.:

$$\varphi_{16} = \frac{L_{16}}{2R_1}; \quad (1)$$

φ_{1d} – часть угла первого вспомогательного закругления, приходящаяся на переходную кривую L_{1d} , определяется по формуле, рад.:

$$\varphi_{1d} = \frac{L_{1d}}{2R_1}; \quad (2)$$

При этом должно обязательно выполняться условие:

$$|\beta_1| \geq \varphi_{16} + \varphi_{1d}; \quad (3)$$

В противном случае следует изменить параметры первого вспомогательного закругления и (или) сместить положение центра основного закругления.

β_{10} – часть угла поворота первого вспомогательного закругления, приходящаяся на круговую кривую K_{10} , рад.:

$$\beta_{10} = |\beta_1| - \varphi_{16} - \varphi_{1d}. \quad (4)$$

Второе вспомогательное закругление:

β_2 – угол поворота второго вспомогательного закругления, который следует определить расчетом, (положительное значение угла – против часовой стрелки), рад.;

$\varphi_{2\delta}$ – часть угла второго вспомогательного закругления, приходящаяся на переходную кривую $L_{2\delta}$, определяется по формуле, рад.:

$$\varphi_{2\delta} = \frac{L_{2\delta}}{2R_2}; \quad (5)$$

$\varphi_{2\delta}$ – часть угла второго вспомогательного закругления, приходящаяся на переходную кривую $L_{2\delta}$, определяется по формуле, рад.:

$$\varphi_{2\delta} = \frac{L_{2\delta}}{2R_2}; \quad (6)$$

При этом должно обязательно выполняться условие:

$$|\beta_2| \geq \varphi_{2\delta} + \varphi_{2\delta}; \quad (7)$$

В противном случае следует изменить параметры второго вспомогательного закругления и (или) сместить положение центра основного закругления.

β_{20} – часть угла поворота второго вспомогательного закругления, приходящаяся на круговую кривую K_{20} , рад.:

$$\beta_{20} = |\beta_2| - \varphi_{2\delta} - \varphi_{2\delta}. \quad (8)$$

Основное закругление:

α_0 – угол поворота основного закругления, определяют по формуле, рад.;

$$\alpha_0 = \pi + \beta_1 + \beta_2 - \alpha; \quad (9)$$

φ_{01} – часть угла основного закругления, приходящаяся на переходную кривую L_{01} , определяется по формуле, рад.:

$$\varphi_{01} = \frac{L_{01}}{2R_0}; \quad (10)$$

φ_{02} – часть угла основного закругления, приходящаяся на переходную кривую L_{02} , определяется по формуле, рад.:

$$\varphi_{02} = \frac{L_{02}}{2R_0}; \quad (11)$$

α'_0 – часть угла основного закругления, приходящаяся на круговую кривую K_{00} , рад.:

$$\alpha'_0 = \alpha_0 - \varphi_{01} - \varphi_{02}; \quad (12)$$

α_{01} – угол поворота для первой половины основного закругления, определяется по формуле, рад.:

$$\alpha_{01} = \frac{\alpha'_0}{2} + \varphi_{01}; \quad (13)$$

α_{02} – угол поворота для второй половины основного закругления, определяется по формуле, рад.:

$$\alpha_{02} = \frac{\alpha'_0}{2} + \varphi_{02}. \quad (14)$$

Параметры линейных элементов общей схемы серпантины, используемые в расчетах (рис. 1):

Первое вспомогательное закругление:

$t_{1б}$ – тангенс переходной кривой первого вспомогательного закругления, расположенный ближе к основному закруглению, определяют по формуле:

$$t_{1б} = L_{1б} \left(1 - \frac{\varphi_{1б}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{1б}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{1б}^2}{130} \right) \right) \right) - R_1 \sin \varphi_{1б}; \quad (15)$$

$t_{1д}$ – тангенс переходной кривой первого вспомогательного закругления, расположенный дальше от основного закругления, определяют по формуле:

$$t_{1д} = L_{1д} \left(1 - \frac{\varphi_{1д}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{1д}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{1д}^2}{130} \right) \right) \right) - R_1 \sin \varphi_{1д}; \quad (16)$$

$p_{1б}$ – сдвигка переходной кривой первого вспомогательного закругления, расположенная ближе к основному закруглению, определяют по формуле:

$$p_{1б} = L_{1б} \frac{\varphi_{1б}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{1б}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{1б}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{1б}^2}{630} \right) \right) \right) - R_1 (1 - \cos \varphi_{1б}); \quad (17)$$

$p_{1д}$ – сдвигка переходной кривой первого вспомогательного закругления, расположенная дальше от основного закругления, определяют по формуле:

$$p_{1д} = L_{1д} \frac{\varphi_{1д}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{1д}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{1д}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{1д}^2}{630} \right) \right) \right) - R_1 (1 - \cos \varphi_{1д}); \quad (18)$$

$T_{1б}$ – тангенс круговой кривой первого вспомогательного закругления, расположенный ближе к основному закруглению, определяют по формуле:

$$T_{1б} = (R_1 + p_{1б}) \left| \tan \frac{\beta_1}{2} \right| + \frac{p_{1д} - p_{1б}}{|\sin \beta_1|}; \quad (19)$$

$T_{1д}$ – тангенс круговой кривой первого вспомогательного закругления, расположенный дальше от основного закругления, определяют по формуле:

$$T_{1д} = (R_1 + p_{1д}) \left| \tan \frac{\beta_1}{2} \right| + \frac{p_{1б} - p_{1д}}{|\sin \beta_1|}; \quad (20)$$

Второе вспомогательное закругление:

$t_{2б}$ – тангенс переходной кривой второго вспомогательного закругления, расположенный ближе к основному закруглению, определяют по формуле:

$$t_{2б} = L_{2б} \left(1 - \frac{\varphi_{2б}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{2б}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{2б}^2}{130} \right) \right) \right) - R_2 \sin \varphi_{2б}; \quad (21)$$

$t_{2д}$ – тангенс переходной кривой второго вспомогательного закругления, расположенный дальше от основного закругления, определяют по формуле:

$$t_{2д} = L_{2д} \left(1 - \frac{\varphi_{2д}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{2д}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{2д}^2}{130} \right) \right) \right) - R_2 \sin \varphi_{2д}; \quad (22)$$

$p_{2б}$ – сдвигка переходной кривой второго вспомогательного закругления, расположенная ближе к основному закруглению, определяют по формуле:

$$p_{2б} = L_{2б} \frac{\varphi_{1б}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{2б}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{2б}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{2б}^2}{630} \right) \right) \right) - R_2 (1 - \cos \varphi_{2б}); \quad (23)$$

$p_{2д}$ – сдвигка переходной кривой второго вспомогательного закругления, расположенная дальше от основного закругления, определяют по формуле:

$$p_{2д} = L_{2д} \frac{\varphi_{2д}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{2д}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{2д}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{2д}^2}{630} \right) \right) \right) - R_2 (1 - \cos \varphi_{2д}); \quad (24)$$

$T_{2б}$ – тангенс круговой кривой второго вспомогательного закругления, расположенный ближе к основному закруглению, определяют по формуле:

$$T_{2б} = (R_2 + p_{2б}) \left| \tan \frac{\beta_2}{2} \right| + \frac{p_{2д} - p_{2б}}{|\sin \beta_2|}; \quad (25)$$

$T_{2д}$ – тангенс круговой кривой второго вспомогательного закругления, расположенный дальше от основного закругления, определяют по формуле:

$$T_{2д} = (R_2 + p_{2д}) \left| \tan \frac{\beta_2}{2} \right| + \frac{p_{2б} - p_{2д}}{|\sin \beta_2|}; \quad (26)$$

Основное закругление:

t_{01} – тангенс первой переходной кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$t_{01} = L_{01} \left(1 - \frac{\varphi_{01}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{01}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{01}^2}{130} \right) \right) \right) - R_0 \sin \varphi_{01}; \quad (27)$$

t_{02} – тангенс второй переходной кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$t_{02} = L_{02} \left(1 - \frac{\varphi_{02}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{02}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{02}^2}{130} \right) \right) \right) - R_0 \sin \varphi_{02}; \quad (28)$$

p_{01} – сдвигка первой переходной кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$p_{01} = L_{01} \frac{\varphi_{01}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{01}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{01}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{01}^2}{630} \right) \right) \right) - R_0 (1 - \cos \varphi_{01}); \quad (29)$$

p_{02} – сдвигка второй переходной кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$p_{02} = L_{02} \frac{\varphi_{02}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{02}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{02}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{02}^2}{630} \right) \right) \right) - R_0(1 - \cos \varphi_{02}); \quad (30)$$

T_{11} – первый тангенс первой половины круговой кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$T_{11} = (R_0 + p_{01}) \left| \tan \frac{\alpha_{01}}{2} \right| - \frac{p_{01}}{|\sin \alpha_{01}|}; \quad (31)$$

T_{12} – второй тангенс первой половины круговой кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$T_{12} = R_0 \left| \tan \frac{\alpha_{01}}{2} \right| + \frac{p_{01}}{|\sin \alpha_{01}|}; \quad (32)$$

T_{22} – второй тангенс второй половины круговой кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$T_{22} = R_0 \left| \tan \frac{\alpha_{02}}{2} \right| + \frac{p_{02}}{|\sin \alpha_{02}|}; \quad (33)$$

T_{21} – первый тангенс второй половины круговой кривой основного закругления, определяют по формуле:

$$T_{21} = (R_0 + p_{02}) \left| \tan \frac{\alpha_{02}}{2} \right| - \frac{p_{02}}{|\sin \alpha_{02}|}; \quad (34)$$

K_{01} – круговая вставка первого вспомогательного закругления, определяют по формуле:

$$K_{01} = R_1 \beta_{10}; \quad (35)$$

K_{02} – круговая вставка второго вспомогательного закругления, определяют по формуле:

$$K_{02} = R_2 \beta_{20}; \quad (36)$$

K_{00} – круговая вставка основного закругления, определяют по формуле:

$$K_{00} = R_0 \alpha'_0; \quad (37)$$

Представленные выше формулы позволят выполнить расчёт элементов серпантин, при известных углах поворота вспомогательных закруглений β_I и β_{II} .

Остановимся на выводе уравнений, позволяющих однозначно определить эти углы.

Для нахождения угла β_I рассмотрим треугольник А-S₁-ВУ₁. Катет треугольника, прилежащий углу β_I равен:

$$t_{01} + d_1 + t_{16} + T_{16}.$$

Катет треугольника, противолежащий углу β_I равен:

$$R_0 + p_{01} + AO_1.$$

Тангенс угла β_I :

$$\tan \beta_I = \frac{R_0 + p_{01} + AO_1}{t_{01} + d_1 + t_{16} + T_{16}}. \quad (37)$$

Расстояние AO_1 найдем, используя теорему синусов для треугольника $O-O_1-A$:

$$AO_1 = \frac{l \sin\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin(180 - [180 - 90 - \beta_1])} = \frac{l \sin\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin(90 + \beta_1)}. \quad (39)$$

Принимая во внимание:

$$\sin(90 + \beta_1) = \cos \beta_1, \quad (40)$$

получим:

$$AO_1 = - \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \omega\right)}{\cos \beta_1}. \quad (41)$$

Подставляя в формулу значение T_{16} и выражение для AO_1 , получим:

$$\tan \beta_1 = \frac{R_0 + p_{01} - \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \omega\right)}{\cos \beta_1}}{t_{01} + d_1 + t_{16} + (R_1 + p_{16}) \left| \tan \frac{\beta_1}{2} \right| + \frac{p_{1д} - p_{16}}{|\sin \beta_1|}}. \quad (42)$$

Аналогично найдем выражение для тангенса угла β_2 :

$$\tan \beta_2 = \frac{R_0 + p_{02} - BO_1}{t_{02} + d_2 + t_{26} + T_{26}}. \quad (43)$$

Расстояние BO_1 найдем, используя теорему синусов для треугольника $O-O_1-B$:

$$BO_1 = \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega\right)}{\sin(90 - \beta_2)} = \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega\right)}{\cos \beta_2}. \quad (44)$$

Подставляя в формулу значение T_{26} и выражение для BO_1 , получим:

$$\tan \beta_2 = \frac{R_0 + p_{02} - \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega\right)}{\cos \beta_2}}{t_{02} + d_2 + t_{26} + (R_2 + p_{26}) \left| \tan \frac{\beta_2}{2} \right| + \frac{p_{2д} - p_{26}}{|\sin \beta_2|}}. \quad (45)$$

Рассматривая полученные формулы для нахождения величины $\tan \beta_1$ и $\tan \beta_2$ замечаем, что они отличаются номером закругления (1 или 2) и знаком в выражении для синуса. Тогда введя обозначение i – номер вспомогательного закругления, можно записать общее выражение для нахождения величины $\tan \beta_i$:

$$\tan \beta_i = \frac{R_0 + p_{0i} - \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega[2i - 3]\right)}{\cos \beta_i}}{t_{0i} + d_i + t_{i6} + (R_i + p_{i6}) \left| \tan \frac{\beta_i}{2} \right| + \frac{p_{ид} - p_{i6}}{|\sin \beta_i|}}. \quad (46)$$

Угол β_i может принимать значения от -90° до $+90^\circ$, поэтому $\cos \beta_i$ всегда положителен. В этом случае можно записать:

$$\left| \tan \frac{\beta_i}{2} \right| = \frac{1 - \cos \beta_i}{|\sin \beta_i|}. \quad (47)$$

Запишем:

$$\tan \beta_i = \frac{R_0 + p_{0i} - \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega[2i - 3]\right)}{\cos \beta_i}}{t_{0i} + d_i + t_{i6} + (R_i + p_{i6}) \frac{1 - \cos \beta_i}{|\sin \beta_i|} + \frac{p_{iД} - p_{i6}}{|\sin \beta_i|}} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \sin \beta_i \left(t_{0i} + d_i + t_{i6} + (R_i + p_{i6}) \frac{1 - \cos \beta_i}{|\sin \beta_i|} + \frac{p_{iД} - p_{i6}}{|\sin \beta_i|} \right) \\ = \cos \beta_i \left(R_0 + p_{0i} - \frac{l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega[2i - 3]\right)}{\cos \beta_i} \right) \end{aligned} \quad (49)$$

Выполняя преобразования, получим:

$$(t_{0i} + d_i + t_{i6}) \sin \beta_i \pm (R_i + p_{i6} + p_{iД} - p_{i6}) \mp (R_i + p_{i6}) \cos \beta_i = (R_0 + p_{0i}) \cos \beta_i - l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega[2i - 3]\right) \quad (50)$$

Сгруппируем выражение:

$$\begin{aligned} (R_0 + p_{0i} \pm (R_i + p_{i6})) \cos \beta_i \\ = (t_{0i} + d_i + t_{i6}) \sin \beta_i \pm (R_i + p_{iД}) + l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega[2i - 3]\right) \end{aligned} \quad (51)$$

Для последующих расчет введем обозначения:

$$\begin{aligned} A_i &= t_{0i} + d_i + t_{i6} \\ B_i &= R_0 + p_{0i} \pm (R_i + p_{i6}) \\ D_i &= \pm(R_i + p_{iД}) + l \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \omega[2i - 3]\right) \end{aligned} \quad (52)$$

Выражение можно написать в следующем виде:

$$B_i \cos \beta_i = A_i \sin \beta_i + D_i \quad (53)$$

Возводя в квадрат левую и правую части равенства, имеем:

$$B_i^2 \cos^2 \beta_i = A_i^2 \sin^2 \beta_i + 2A_i D_i \sin \beta_i + D_i^2 \quad (54)$$

Принимая во внимание:

$$\cos^2 \beta_i = 1 - \sin^2 \beta_i \quad (55)$$

Получим квадратное уравнение:

$$(A_i^2 + B_i^2) \sin^2 \beta_i + 2A_i D_i \sin \beta_i + D_i^2 - B_i^2 = 0 \quad (56)$$

типа:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

корни которого определяют по формуле:

$$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (57)$$

Применительно к полученному уравнению имеем:

$$\sin\beta_i = \frac{-2A_iD_i \pm \sqrt{4A_i^2D_i^2 - 4(A_i^2 + B_i^2)(D_i^2 - B_i^2)}}{2(A_i^2 + B_i^2)} \quad (58)$$

Выполнив преобразования в подкоренном выражении окончательно, получим:

$$\sin\beta_i = \frac{-A_iD_i \pm B_i\sqrt{A_i^2 + B_i^2 - D_i^2}}{A_i^2 + B_i^2} \quad (59)$$

Несмотря на всю простоту полученного выражения для нахождения величины $\sin\beta_i$, имеются сложности вычисления, связанные с правильным назначением арифметических действий \pm при вычислении B_i , D_i и $\sin\beta_i$.

Кроме этого, расчетная схема серпантины (рис. 1, 2, 3), использованная для вывода полученных выражений соответствует общему повороту трассы на серпантине на лево: первое вспомогательное закругление расположено в верхнем правом углу рисунка. Если трасса на серпантине имеет общий поворот на право, то первое вспомогательное закругление будет расположено в нижней части рисунка. Учитывая тот факт, что в общих правилах расчета элементов плана трассы, угол поворота трассы при повороте на лево принимает значение минус, а при повороте трассы на право – плюс, введем дополнительный параметр – направление поворота трассы на серпантине n который будет принимать значение $n = -1$ при общем повороте трассы на лево и $n = 1$ при общем повороте трассы на право.

Моделируя возможные варианты исходных данных и анализируя результаты расчета, введя в расчетные зависимости параметр n , предложен и апробирован следующий алгоритм вычисления величины вспомогательного угла поворота β_i при любом направлении поворота трассы на основном закруглении:

1. Выполняем последовательно расчет величины вспомогательного угла поворота β_i для первого $i = 1$ и второго $i = 2$ вспомогательных закруглений. Для этого:
2. Используем дополнительный параметр m который будет принимать значения $+1$ и -1 , моделируя арифметический знак \pm .
3. В начале примем $m = 1$ и вычислим следующие коэффициенты:

$$\begin{aligned} A_i &= t_{0i} + d_i + t_{i6} \\ B_i &= R_0 + p_{0i} + m(R_i + p_{i6}) \\ D_i &= m(R_i + p_{iд}) + l \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \omega[2i - 3]n\right) \end{aligned} \quad (60)$$

4. Найдем подкоренное выражение: $A_i^2 + B_i^2 - D_i^2$. Если подкоренное выражение больше или равно нулю, вычислим:

$$\beta_i = \arhsin\left(\frac{-A_iD_i + B_i\sqrt{A_i^2 + B_i^2 - D_i^2}}{A_i^2 + B_i^2}\right) \quad (61)$$

Полученный угол поворота будет положительным, вспомогательная кривая будет соответствовать серпантине первого рода.

5. Если подкоренное выражение получилось отрицательным, принимаем $m = -1$ и выполняем следующие расчеты заново:

$$\begin{aligned}
 B_i &= R_0 + p_{0i} + m(R_i + p_{i6}) \\
 D_i &= m(R_i + p_{iД}) + l \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \omega[2i - 3]n\right) \\
 \beta_i &= \arcsin\left(\frac{-A_i D_i + B_i \sqrt{A_i^2 + B_i^2 - D_i^2}}{A_i^2 + B_i^2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{62}$$

Полученный угол поворота в этом случае будет отрицательным, вспомогательная кривая будет соответствовать серпантине второго рода.

Результаты

Результатом проведенных исследований явился единый метод расчета серпантин любого вида и рода, который использует алгоритм расчета величин углов поворота вспомогательных закруглений, основанный на полученных точных уравнениях взаимосвязи элементов и параметров серпантин.

В качестве примера рассмотрим самый общий случай серпантин, а именно:

- общий поворот трассы на серпантине на лево;
- центр основного закругления смещен относительно точки пересечения ветвей серпантин в произвольном направлении;
- на основном закруглении имеются переходные кривые в начале и в конце закругления различной длины;
- на вспомогательных закруглениях также имеются переходные кривые в начале и в конце закруглений различной длины;
- радиусы вспомогательных закруглений разные;
- между вспомогательными закруглениями и основным закруглением имеются прямые вставки разной длины.

В таблице 1 (составлена автором) представлены исходные данные для расчета серпантин.

Таблица 1

Исходные данные для расчета серпантин

№ пп	Параметр	Обозначение	Единица измерения	Величина
1	Острый угол серпантин	α	градус	35° 28' 17"
2	Угол смещения центра основной кривой	Θ	градус	-150° 15' 33"
3	Расстояние смещения центра основной кривой	l	м	135,15
4	Радиус основного закругления	R_0	м	80
5	Длина переходной кривой в начале основного закругления	L_{01}	м	55
6	Длина переходной кривой в конце основного закругления	L_{02}	м	45
7	Радиус круговой кривой первого вспомогательного закругления	R_1	м	400
8	Длина переходной кривой в начале первого вспомогательного закругления	L_{10}	м	120
9	Длина переходной кривой в конце первого вспомогательного закругления	L_{06}	м	100

№ пп	Параметр	Обозначение	Единица измерения	Величина
10	Прямая вставка между первым вспомогательным закруглением и основным закруглением	d_1	м	25
11	Радиус круговой кривой первого вспомогательного закругления	R_2	м	450
12	Длина переходной кривой в начале первого вспомогательного закругления	$L_{2б}$	м	120
13	Длина переходной кривой в конце первого вспомогательного закругления	$L_{2о}$	м	110
14	Прямая вставка между первым вспомогательным закруглением и основным закруглением	D_2	м	10
15	Направление поворота трассы на серпантине	n		-1

Составлено автором

Последовательность расчета:

1. Вычисление параметров переходных кривых основного и вспомогательных закруглений:

1.1 Углы поворота трассы, относящиеся к переходным кривым, рад.:

$$\varphi_{1б} = \frac{L_{1б}}{2R_1} = 0.125; \quad \varphi_{1д} = \frac{L_{1д}}{2R_1} = 0.15$$

$$\varphi_{2б} = \frac{L_{2б}}{2R_2} = 0.13333333; \quad \varphi_{2д} = \frac{L_{2д}}{2R_2} = 0.12222222$$

$$\varphi_{01} = \frac{L_{01}}{2R_0} = 0.34375; \quad \varphi_{02} = \frac{L_{02}}{2R_0} = 0.28125$$

1.2 Тангенсы переходных кривых:

$$t_{1б} = L_{1б} \left(1 - \frac{\varphi_{1б}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{1б}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{1б}^2}{130} \right) \right) \right) - R_1 \sin \varphi_{1б} = 49.97 \text{ м}$$

$$t_{1д} = L_{1д} \left(1 - \frac{\varphi_{1д}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{1д}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{1д}^2}{130} \right) \right) \right) - R_1 \sin \varphi_{1д} = 59.96 \text{ м}$$

$$t_{2б} = L_{2б} \left(1 - \frac{\varphi_{2б}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{2б}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{2б}^2}{130} \right) \right) \right) - R_2 \sin \varphi_{2б} = 59.96 \text{ м}$$

$$t_{2д} = L_{2д} \left(1 - \frac{\varphi_{2д}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{2д}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{2д}^2}{130} \right) \right) \right) - R_2 \sin \varphi_{2д} = 54.97 \text{ м}$$

$$t_{01} = L_{01} \left(1 - \frac{\varphi_{01}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{01}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{01}^2}{130} \right) \right) \right) - R_0 \sin \varphi_{01} = 27.39 \text{ м}$$

$$t_{02} = L_{02} \left(1 - \frac{\varphi_{02}^2}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{\varphi_{02}^2}{36} \left(\frac{1}{3} - \frac{\varphi_{02}^2}{130} \right) \right) \right) - R_0 \sin \varphi_{02} = 22.44 \text{ м}$$

1.3 Сдвиги переходных кривых:

$$p_{16} = L_{16} \frac{\varphi_{16}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{16}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{16}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{16}^2}{630} \right) \right) \right) - R_1(1 - \cos \varphi_{16}) = 1.04 \text{ м}$$

$$p_{1д} = L_{1д} \frac{\varphi_{1д}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{1д}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{1д}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{1д}^2}{630} \right) \right) \right) - R_1(1 - \cos \varphi_{1д}) = 1.50 \text{ м}$$

$$p_{26} = L_{26} \frac{\varphi_{26}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{26}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{26}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{26}^2}{630} \right) \right) \right) - R_2(1 - \cos \varphi_{26}) = 1.33 \text{ м}$$

$$p_{2д} = L_{2д} \frac{\varphi_{2д}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{2д}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{2д}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{2д}^2}{630} \right) \right) \right) - R_2(1 - \cos \varphi_{2д}) = 1.12 \text{ м}$$

$$p_{01} = L_{01} \frac{\varphi_{01}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{01}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{01}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{01}^2}{630} \right) \right) \right) - R_0(1 - \cos \varphi_{01}) = 1.57 \text{ м}$$

$$p_{02} = L_{02} \frac{\varphi_{02}}{3} \left(1 - \frac{\varphi_{02}^2}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{\varphi_{02}^2}{20} \left(\frac{1}{11} - \frac{\varphi_{02}^2}{630} \right) \right) \right) - R_0(1 - \cos \varphi_{02}) = 1.05 \text{ м}$$

2. Перевод угловых параметров серпантины в радианы:

2.1 Острый угол серпантины:

$$\alpha = (((17/60) + 28)/60 + 35)\pi/180 = 0.61909253$$

2.2 Угол поворота на центр основного закругления:

$$W = -(((33/60) + 15)/60 + 150)\pi/180 = -2.62251719$$

3. Вычисление углов поворота вспомогательных закруглений:

3.1 Первое вспомогательное закругление $i = 1$:

Примем $m = l$ и вычислим следующие коэффициенты:

$$A_1 = t_{01} + d_1 + t_{16} = 102.37$$

$$B_1 = R_0 + p_{01} + m(R_1 + p_{16}) = 482.61$$

$$D_1 = m(R_1 + p_{1д}) + l \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \omega[2 * i - 3]n \right) = 429.61$$

Подкоренное выражение: $A_1^2 + B_1^2 - D_1^2 = 102.37^2 + 482.61^2 - 429.61^2 = 58826.51$.

Так как подкоренное выражение положительное, вычислим угол поворота первого вспомогательного закругления:

$$\beta_1 = \arcsin \left(\frac{-A_1 D_1 + B_1 \sqrt{A_1^2 + B_1^2 - D_1^2}}{A_1^2 + B_1^2} \right) = 0.30494361 \text{ рад.}$$

Переведем в градусную меру: $\beta_1(\text{град}) = 17^\circ 28' 19.13''$.

3.2 Второе вспомогательное закругление $i = 2$:

Примем $m = 1$ и вычислим следующие коэффициенты:

$$A_2 = t_{02} + d_2 + t_{26} = 92.41$$

$$B_2 = R_0 + p_{02} + m(R_2 + p_{26}) = 532.38$$

$$D_2 = m(R_2 + p_{2д}) + l \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \omega[2 * i - 3]n\right) = 351.51$$

Подкоренное выражение: $A_2^2 + B_2^2 - D_2^2 = 168409.47$.

Так как подкоренное выражение положительное, вычислим угол поворота второго вспомогательного закругления:

$$\beta_2 = \arcsin\left(\frac{-A_2 D_2 + B_2 \sqrt{A_2^2 + B_2^2 - D_2^2}}{A_2^2 + B_2^2}\right) = 0.69064751 \text{ рад.}$$

Переведем в градусную меру: $\beta_1(\text{град}) = 39^\circ 34' 16.28''$.

4. Проверим возможность размещения переходных кривых на первом вспомогательном закруглении:

4.1 Первое вспомогательное закругление:

$$|\beta_1| \geq \varphi_{16} + \varphi_{1д}$$

$$|0.30494361| \geq 0.125 + 0.15 = 0.275$$

Условие размещения выполняется.

4.2 Второе вспомогательное закругление:

$$|\beta_2| \geq \varphi_{26} + \varphi_{2д}$$

$$|0.69064751| \geq 0.13333333 + 0.12222222 = 0.25555555$$

Условие размещения выполняется.

5. Расчет угловых параметров серпантинны:

Часть угла поворота первого вспомогательного закругления, приходящаяся на круговую вставку:

$$\beta_{10} = |\beta_1| - \varphi_{16} - \varphi_{1д} = 0.02994961$$

Часть угла поворота второго вспомогательного закругления, приходящаяся на круговую вставку:

$$\beta_{20} = |\beta_2| - \varphi_{26} - \varphi_{2д} = 0.43509196$$

Угол поворота трассы на серпантинне:

$$\alpha_0 = \pi + \beta_1 + \beta_2 - \alpha = 3.5180913$$

Часть угла поворота основного закругления, приходящаяся на круговую вставку:

$$\alpha'_0 = \alpha_0 - \varphi_{01} - \varphi_{02} = 2.8930913$$

Первая половина угла поворота основного закругления:

$$\alpha'_{01} = \frac{\alpha'_0}{2} + \varphi_{01} = 1.7902956$$

Переведем в градусную меру: $\alpha'_{01}(\text{град}) = 102^\circ 34' 34.98''$.

Вторая половина угла поворота основного закругления:

$$\alpha'_{02} = \frac{\alpha'_0}{2} + \varphi_{02} = 1.7277956$$

Переведем в градусную меру: α'_{02} (град) = 98° 59' 43.43".

6. Расчет тангенсов круговых кривых основного и вспомогательных закруглений:

6.1 Первое вспомогательное закругление:

$$T_{16} = (R_1 + p_{16}) \left| \tan \frac{\beta_1}{2} \right| + \frac{p_{1д} - p_{16}}{|\sin \beta_1|} = 63.15$$

$$T_{1д} = (R_1 + p_{1д}) \left| \tan \frac{\beta_1}{2} \right| + \frac{p_{16} - p_{1д}}{|\sin \beta_1|} = 60.17$$

6.2 Второе вспомогательное закругление:

$$T_{26} = (R_2 + p_{26}) \left| \tan \frac{\beta_2}{2} \right| + \frac{p_{2д} - p_{26}}{|\sin \beta_2|} = 162.03$$

$$T_{2д} = (R_2 + p_{2д}) \left| \tan \frac{\beta_2}{2} \right| + \frac{p_{26} - p_{2д}}{|\sin \beta_2|} = 162.62$$

6.3 Основное закругление:

$$T_{11} = (R_0 + p_{01}) \tan \frac{\alpha'_{01}}{2} - \frac{p_{01}}{\sin \alpha'_{01}} = 100.16$$

$$T_{12} = R_0 \tan \frac{\alpha'_{01}}{2} + \frac{p_{01}}{\sin \alpha'_{01}} = 101.42$$

$$T_{22} = R_0 \tan \frac{\alpha'_{02}}{2} + \frac{p_{02}}{\sin \alpha'_{02}} = 94.73$$

$$T_{21} = (R_0 + p_{02}) \tan \frac{\alpha'_{02}}{2} - \frac{p_{02}}{\sin \alpha'_{02}} = 93.83$$

7. Расчет круговых вставок основного и вспомогательных закруглений:

Первое вспомогательное закругление:

$$K_{01} = R_1 \beta_{10} = 11.98$$

Второе вспомогательное закругление:

$$K_{02} = R_2 \beta_{20} = 195.79$$

Основное закругление:

$$K_{00} = R_0 \alpha'_0 = 231.44$$

Ведомости углов поворота, прямых и кривых трассы автомобильных дорог формируют, как правило, используя координаты углов поворота трассы.

8. Вычислим координаты углов поворота трассы на серпантине в локальной системе координат xOy , используя в качестве исходных данных координаты точки пересечения ветвей серпантинной O ($x_o = 0.00$; $y_o = 0.00$):

8.1 Координаты центра основного закругления O_I :

$$x_{O_1} = x_o + l \sin \omega = -67,04\text{м}$$

$$y_{O_1} = y_o + l \cos \omega = -117.35\text{м}$$

8.2 Координаты вершины угла поворота первого вспомогательного закругления BV_1 :

$$x_{BV_1} = x_{O_1} - n(R_0 + p_{01}) \cos \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) + n(t_{01} + d_1 + t_{16} + T_{16}) \sin \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) = 15,25 \text{ м}$$

$$y_{BV_1} = y_{O_1} + (R_0 + p_{01}) \sin \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) + (t_{01} + d_1 + t_{16} + T_{16}) \cos \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) = 47.79 \text{ м}$$

8.3 Координаты вершины угла поворота второго вспомогательного закругления BV_2 :

$$x_{BV_2} = x_{O_1} + n(R_0 + p_{02}) \cos \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) - n(t_{02} + d_2 + t_{26} + T_{26}) \sin \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) = -47.65 \text{ м}$$

$$y_{BV_2} = y_{O_1} + (R_0 + p_{02}) \sin \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) + (t_{02} + d_2 + t_{26} + T_{26}) \cos \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) = 148.98 \text{ м}$$

8.4 Координаты вершины угла поворота первой половины основного закругления BV_{O1} :

$$x_{BV_{O1}} = x_{O_1} - n(R_0 + p_{01}) \cos \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) - n T_{11} \sin \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) = 14.06 \text{ м}$$

$$y_{BV_{O1}} = y_{O_1} + (R_0 + p_{01}) \sin \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) - T_{11} \cos \left(\beta_1 - \frac{\alpha}{2} \right) = -217.89 \text{ м}$$

8.5 Координаты вершины угла поворота второй половины основного закругления BV_{O2} :

$$x_{BV_{O2}} = x_{O_1} + n(R_0 + p_{02}) \cos \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) - n T_{21} \sin \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) = -117.18 \text{ м}$$

$$y_{BV_{O2}} = y_{O_1} + (R_0 + p_{02}) \sin \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) - T_{21} \cos \left(\beta_2 - \frac{\alpha}{2} \right) = -174.30 \text{ м}$$

Результаты расчета серпантинны приведены на рис. 4.

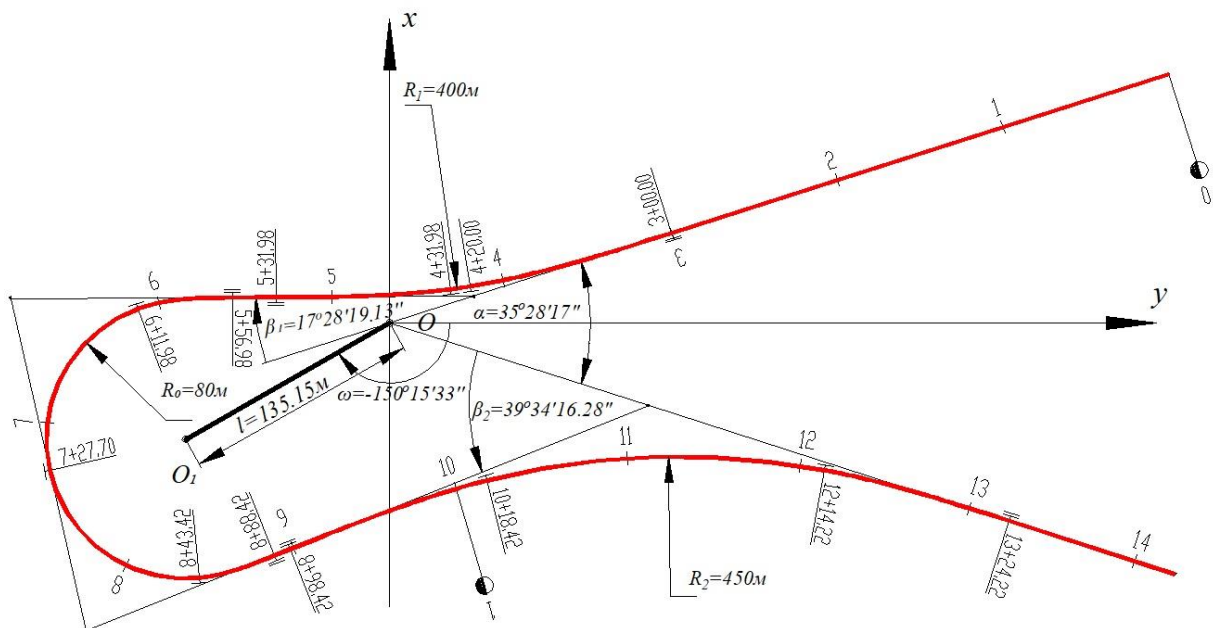


Рисунок 4. План серпантинны и результат расчета (составлено автором)

Меняя положение центра основного закругления (точка O_1) и (при необходимости) исходные данные, можно получить серпантины любого вида и рода:

Симметричная нормальная, сжатая или вытянутая серпантина – параметры вспомогательных закруглений и основного закругления симметрично равны, а точка O_1 расположена в точке O , перемещена по биссектрисе острого угла серпантины по оси Oy , перемещена по биссектрисе острого угла серпантины против оси Oy ;

Серпантина первого рода – хотя бы один из параметров вспомогательных закруглений и основного закругления симметрично не равен и (или) точка O_1 смещена относительно точки O таким образом, что оба угла поворота вспомогательных закруглений имеют положительные значения, вспомогательные кривые серпантины направлены в разные стороны;

Серпантина второго рода – точка O_1 смещена относительно точки O таким образом, что один угол поворота вспомогательных закруглений имеют положительные значения, а второй отрицательное, вспомогательные кривые серпантины направлены в одну сторону;

Полусерпантина – точка O_1 смещена относительно точки O таким образом, что один угол поворота вспомогательных закруглений имеют положительные значения, а второй равен нулю;

Три закругления, вписанные в острый угол серпантины – точка O_1 смещена относительно точки O по направлению оси Oy таким образом, что оба угла поворота вспомогательных закруглений имеют отрицательные значения, вспомогательные кривые развернуты во внутрь острого угла серпантины;

Одно сложное закругление с переходными кривыми и круговой вставкой, вписанное в острый угол серпантины – точка O_1 смещена относительно точки O по направлению оси Oy таким образом, что оба угла поворота вспомогательных закруглений равны нулю.

Обсуждение

Проектирование серпантин заключается не только правильном расчете всех элементов серпантин, но в первую очередь в рациональном конфигурировании оси трассы на участке проектирования. Рациональное конфигурирование трассы достигается таким расположением на местности элементов серпантины, при котором обеспечивается требуемая устойчивость земляного полотна на косогоре, рациональное распределение земляных масс, обеспечивается удобство и безопасность дорожного движения. Обеспечению безопасности движения на горных автомобильных дорогах весьма актуальная задача и активно исследуется. Изменение формы серпантины на местности достигается, как правило назначением соответствующих радиусов закруглений, длин клотоид и смещением центра основного закругления. Такое изменение формы должно быть наглядным и легко реализуемым в программах проектирования плана трассы автомобильных дорог, чему в полной мере соответствует предлагаемый общий способ расчета и проектирования серпантин.

Разработанный алгоритм расчета серпантин любого вида и рода является общим и универсальным и может быть внедрен в любой программный комплекс проектирования автомобильных дорог.

Выводы

В результате проведенных исследований установлено:

1. До настоящего времени в практике проектирования серпантин на автомобильных дорогах не было точного единого метода расчёта серпантин любого вида и рода. Точный метод расчёта известен только для частного случая, при котором центр основного закругления расположен в точке пересечения ветвей серпантинны.

2. При смещении центра основного закругления расчет серпантин выполнялся графоаналитическими или приближенными аналитическими, итерационными методами. При этом расчетная схема серпантин индивидуальная, а вспомогательные и основное закругления являются симметричными закруглениями с переходными кривыми.

3. В настоящей работе впервые предложена единая расчетная схема серпантинны любого вида и рода, в которой могут быть использованы не только несимметричные закругления, но и учитывается общее направление трассы на серпантинне. Положение элементов серпантинны описывается в прямоугольной системе координат, а смещение центра основного закругления в полярных координатах.

4. Расчет серпантин любого вида и рода сводится к вычислению величин углов поворота вспомогательных закруглений. Весь последующий расчёт сводится к вычислению элементов плана трассы по известным зависимостям.

5. Для точного вычисления углов поворота вспомогательных закруглений в работе приведен вывод уравнений и предложен алгоритм выполнения расчетов по полученным зависимостям.

6. Алгоритм расчета является единым для любого возможного расположения центра основного закругления. При смещении центра основного закругления конфигурация серпантинны меняется и быть любой: вытянутой и сжатой, первого и второго рода, в виде полусерпантинны. Если перемещать центр основного закругления во внутрь по биссектрисе острого угла серпантинны, углы вспомогательных симметричных закруглений могут принять значение равное нулю и в результате расчета будем иметь вписанное в острый угол обычное закругление с переходными кривыми. Если принять нулевые переходные кривые основного закругления, то в результате получим обычную круговую кривую.

7. Расчет серпантинны по полученным зависимостям является легко алгоритмизируемым и может быть внедрен в программы по проектированию плана трассы автомобильных дорог. В программах проектирования плана трассы серпантинну следует рассматривать как единый элемент плана, состоящий из одиннадцати единичных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дуюнов П.К. Проектирование трасс на подходах к перевалу // Вестник СГАСУ. Градостроительство и архитектура. 2016. №1(22). С. 41–48. DOI: 10.17673/Vestnik.2016.01.7.
2. Лопашук В.В., Федоров С.А., Федорова В.С. Построение сплайн-трассы через точки GPS-съемки. // Дальний Восток. Автомобильные дороги и безопасность движения. Межвузовский ежегодный сборник научных трудов. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеанского гос. ун-та, 2007. – №.7. С. 58–61.
3. Bogdan Ž. Stefanović. Serpentine Design on Forest Roads by the Internal Circular Curve Method: A Case Study in Serbia. Journal of Life Sciences 10 (2016) 39–47.
4. Поспелов П.И., Кортиев А.Л. Нормы проектирования дорог в горных условиях с учетом обеспечения безопасности движения. // Устойчивое развитие горных территорий. Северо-Кавказский горно-металлургический институт. 2018. №4(38). С. 624–630.
5. Морковин В.А., Гоптарев С.М. Обоснование длин прямых вставок извилистых участков горных лесовозных автомобильных дорог. Вестник ТГУ, т.16, вып.3, 2011. С. 991–994.
6. Amir Saman Abdollahzadeh Nasiri, Omid Rahmani, Ali Abdi Kordani, Nader Karballaezadeh, Amir Mosavi. Evaluation of Safety in Horizontal Curves of Roads Using a Multi-Body Dynamic Simulation Process. Int. J. Environ. Res. Public Health 2020, 17, 5975.
7. Ali Aram. Effective Safety Factors on Horizontal Curves of Two-lane Highways. Journal of Applied Sciences 10 (22): 2814–2822, 2010.
8. Шаршембиев Ж.С., Текешова Г.Б., Сагынбекова Г.С. Анализ дорожно-транспортных происшествий на горных дорогах Кыргызской Республики. Научно-образовательный и производственный журнал «Инженер» ИА КР. Бишкек, 2015. – вып. №10, с. 155–159. – ISSN 1694-6006 977 1694-600.
9. Эшанбабаев А.А. Обеспечение безопасности движения автомобильного поезда на горных дорогах. // Научно-технический журнал ФарПИ. 2018 год. Том 22, №1.
10. Jin Xu, Wei Lin and Yiming Shao. New design method for horizontal alignment of complex mountain highways based on “trajectory-speed” collaborative decision. Advances in Mechanical Engineering 2017, Vol. 9(4) 1–18.

Lopashuk Victor Vladimirovich

Pacific national university, Khabarovsk, Russia
E-mail: VLopashuk@27PRO.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2005-6055>

Lopashuk Andrei Victorovich

Pacific national university, Khabarovsk, Russia
E-mail: ALopashuk@27PRO.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7823-3889>

Lopashuk Sergey Victorovich

Pacific national university, Khabarovsk, Russia
E-mail: SLOpashuk@27PRO.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5732-6242>

Unified serpentine design and calculation method

Abstract. Serpentine is a complex road scheme designed to develop, lengthen the road in mountainous conditions and round off the outside of the corner.

In general, the serpentine consists of three roundings: the main and two auxiliary ones. There can be straight inserts between these fillets, and the fillets themselves can be a circular curve with asymmetric transition curves. Thus, a serpentine road can consist of a rational combination of 11 elements of the route plan: three circular curves, six clothoids and two straight inserts.

Deferent serpentines parts calculation is determining such road plan parts parameter, which will ensure: regulatory requirements for the route; correct articulation and placement of serpentine elements; track stability on a slope; optimization of the volume of earthworks; safety and ease of movement.

The serpentine calculating is required to determine the angles rotation value the auxiliary rounding at any position of the center of the main rounding and the parameters of the serpentine elements. The exact serpentine calculation design is known only for a particular case, with the location of the center of the main rounding at the serpentine branches intersection point. In all other cases, iterative, approximate or graph-analytical calculation methods are used.

For the first time, the authors obtained accurate serpentines of any kind analytical calculating method. The article provides a description of a unified design scheme. Serpentine is viewed in a rectangular coordinate system, and the main rounding center position is given by polar coordinates. The authors give an example of calculating serpentines.

Proposed by the authors calculating serpentine method is easily algorithmic and can be introduced into the highways design programs.

Keywords: circular curve; clothoid; serpentine; track rotation angle; curve radius; directional angle; box rounding

REFERENCES

1. Duyunov P.K. Design of roads on approaches to a mountain pass // Vestnik SGASU. Town Planning and Architecture. 2016. №1(22). Pp. 41–48. DOI: 10.17673/Vestnik.2016.01.7.
2. Lopashuk V.V., Fedorov S.A., Fedorova V.S. Spline road construction use GPS survey points. // Far East. Highways and traffic safety. The annual interuniversity collection of scientific works. Khabarovsk: publishing house of the Pacific National University, 2007, no.7, pp. 58–61.
3. Bogdan Ž. Stefanović. Serpentine Design on Forest Roads by the Internal Circular Curve Method: A Case Study in Serbia. Journal of Life Sciences 10 (2016) 39–47.
4. Pospelov P.I., Kortiev A.L. Road design standards in mountainous conditions, taking into account traffic safety. // Sustainable development of mountainous areas. North Caucasian Mining and Metallurgical Institute. 2018. No. 4 (38). S. 624–630.
5. Morkovin V.A., Goptarev S.M. Substantiation mountain timber-carrying highways direct inserts of winding sections lengths TSU Bulletin, vol. 16, issue 3, 2011, pp. 991–994.
6. Amir Saman Abdollahzadeh Nasiri, Omid Rahmani, Ali Abdi Kordani, Nader Karballaezadeh, Amir Mosavi. Evaluation of Safety in Horizontal Curves of Roads Using a Multi-Body Dynamic Simulation Process. Int. J. Environ. Res. Public Health 2020, 17, 5975.
7. Ali Aram. Effective Safety Factors on Horizontal Curves of Two-lane Highways. Journal of Applied Sciences 10 (22): 2814–2822, 2010.
8. Sharshembiev Zh.S., Tekeshova G.B., Sagynbekova G.S. Road accidents analysis on Kyrgyz Republic mountain roads. Scientific, educational and production journal "Engineer" IA KR. Bishkek, 2015. – issue No. 10, p. 155–159. – ISSN 1694-6006 977 1694-600.
9. Eshanbabaev A.A. Ensuring the safety of the motor train movement on mountain roads. // Scientific and technical journal FarPI. 2018 year. Volume 22, No. 1.
10. Jin Xu, Wei Lin and Yiming Shao. New design method for horizontal alignment of complex mountain highways based on “trajectory-speed” collaborative decision. Advances in Mechanical Engineering 2017, Vol. 9(4) 1–18.