Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal https://esj.today

2018, №5, Том 10 / 2018, No 5, Vol 10 https://esj.today/issue-5-2018.html

URL статьи: https://esj.today/PDF/47ITVN518.pdf

Статья поступила в редакцию 04.10.2018; опубликована 25.11.2018

Ссылка для цитирования этой статьи:
Нагаева М.В., Алифанов Р.Н., Стародубцев П.А. Алгоритмы решения метрических задач с использованием теории перпендикулярности // Вестник Евразийской науки, 2018 №5, https://esj.today/PDF/47ITVN518.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

For citation:
Nagaeva M.V., Alifanov R.N., Starodubtsev P.A. (2018). Algorithms for solving metric problems using perpendicularity theory. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 5(10). Available at: https://esj.today/PDF/47ITVN518.pdf (in Russian)

УДК 629.127.4

Нагаева Марина Витальевна
ФГБОУ ВО «Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет», Владивосток, Россия
Старший преподаватель
E-mail: NagaevaMV@mail.ru

Алифанов Роман Николаевич
ФГБОУ ВО «Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет», Владивосток, Россия
Кандидат технических наук, доцент
E-mail: gidra_518@mail.ru

Стародубцев Павел Анатольевич
ФГКВОУ ВО «Тихоокеанское высшее военно-морское училище имени С.О. Макарова»
Министерства обороны Российской Федерации, Владивосток, Россия
Заведующий кафедрой «Физики и ОТД»
Доктор технических наук, профессор
E-mail: spa1958@mail.ru

Алгоритмы решения метрических задач с использованием теории перпендикулярности

Аннотация. В статье представлено решение графических задач. Это является наиболее трудной частью работы студента, преподавателя при изучении начертательной геометрии, требующей одновременно большого объема знаний. Решение метрических задач, представленное в виде алгоритмов, является основой управления решением. Это позволяет рассматривать частные и общие случаи, пользоваться аналогией, находить новые принципы решения метрических задач, что особенно важно при самостоятельном изучении способов их решения. Они требуют определение метрических характеристик (длины, площади и др.) как самих геометрических элементов (точек, прямых и плоскостей), так и метрических характеристик, обусловленных их положением в пространстве (расстояния и углы между ними). Представление метрических задач в виде упорядоченных структур облегчает осмысление способов их решения, делает алгоритмы решения задач типовыми и наглядными. Для обоснования данных подходов в статье приведены алгоритмы решения нескольких метрических задач с использованием позиционных свойств геометрических элементов и теории перпендикулярности. Первая метрическая задача состоит в определении расстояния от точки до прямой общего положения. Любым из подходов (замена, вращение, способ прямоугольного треугольника) определяется натуральная величина отрезка способом прямоугольного треугольника, что является новым в теории метрических задач. Вторая метрическая задача состоит в определении расстояние от точки до плоскости общего положения. Третья метрическая задача состоит в определении угла между двумя прямыми общего положения. Применение теории перпендикулярности в метрических задачах позволяет без использования дополнительных площадей чертежа (как, например, в способе замены плоскостей проекций) или без изменения положения оригинала в пространстве получить решение легко и быстро и, что очень важно, наглядно. Это способствует развитию пространственного воображения и позволяет курсантам и студентам при решении нестандартных задач, требующих индивидуального подхода, самостоятельно справляться с ними и мыслить творчески. Роль алгоритмов в начертательной геометрии существенна. Решение задач по алгоритму быстро и легко быстро и легко приводит к результату. Незнание алгоритмов может привести к многочисленным ошибкам и большой потере времени. Курсанты и студенты, хорошо усвоившие необходимые алгоритмы, могут использовать их при решении других сложных задач, оперируя накопленными знаниями.

Ключевые слова: алгоритм; метрические задачи; теория перпендикулярности; ортогональное проецирование; способы преобразования чертежа; позиционные свойства геометрических элементов

Введение

Решение задач является наиболее трудной частью работы при изучении начертательной геометрии, которая требует одновременно большого объема знаний. Решение метрических задач, представленное в виде алгоритмов, является основой управления решением [4]. Это позволит рассматривать частные и общие случаи, пользоваться аналогией, однозначно находить принцип решения задач, что особенно важно при самостоятельном изучении способов решения метрических задач.

Объекты и методы исследования

Метрическими называются задачи, в которых требуется определить метрические характеристики (длину, площадь и др.) как самих геометрических элементов (точек, прямых и плоскостей), так и метрические характеристики, обусловленные их положением в пространстве (расстояния и углы между ними) [1, 2].

Решение метрических задач, а также и позиционных, значительно облегчается, когда заданные элементы располагаются на прямых или на плоскостях частного положения. В связи с этим при изображении какого-нибудь оригинала на комплексном чертеже предпочитают так располагать оригинал по отношению к основным плоскостям проекций Π_1, Π_2, Π_3, чтобы наиболее важные элементы оригинала располагались на прямых или на плоскостях частного положения [6, 7].

Желание упростить решение метрических задач приводит к необходимости такого преобразования комплексного чертежа, при котором прямые и плоскости общего положения, содержащие интересующие нас элементы оригинала, перешли бы соответственно в прямые и плоскости частного положения.

Многие метрические задачи, встречающиеся в науке и технике, являются типовыми и решаются с помощью тривиальных (типовых) приемов (алгоритмов).

Алгоритм – однозначное пошаговое описание решения задачи, позволяющее кратчайшим путем достичь цели.

Алгоритмы решения всех метрических задач [5, 8] опираются на два инварианта ортогонального проецирования:

1. теорему (прямую и обратную) о проецировании прямого угла;
2. свойство любой плоской фигуры проецироваться без искажения на ту плоскость проекций, которая параллельна этой фигуре.

Каждая метрическая задача имеет, как правило, 6-8 вариантов решения. Отсюда следует, что решение каждой метрической задачи может быть произведено:

- с преобразованием чертежа (способом замены плоскостей проекций, способом вращения оригинала, плоскопараллельного перемещения, вспомогательного проецирования и др.);
- без преобразования чертежа (с использованием позиционных свойств геометрических элементов и правила прямоугольного треугольника или теории перпендикулярности).

Представление метрических задач в виде упорядоченных структур облегчает осмысление способов решения этих задач, делает алгоритмы решения задач типовыми и наглядными. При решении метрических задач необходимо уяснить цель, поставленную в задаче, выявить, какие теоретические положения связаны с задачей, ввести данные задачи в рамки структуры метрических задач и одновременно попытаться предугадать результат. После того, как понят принцип, найден рациональный путь решения, можно переходить к пошаговому выполнению задачи в проекциях [9].

Основная часть

Рассмотрим алгоритмы решения нескольких метрических задач с использованием позиционных свойств геометрических элементов и теории перпендикулярности.

Задача 1. Определить расстояние от точки A до прямой l – общего положения (О.П.).

Расстояние от точки A до прямой l есть перпендикуляр, опущенный из точки A на прямую l. Искомый перпендикуляр должен лежать в плоскости, проходящей через точку A и перпендикулярной прямой l [3]. Поэтому, желая из точки A опустить перпендикуляр на прямую l, необходимо сначала провести через эту точку плоскость Σ, перпендикулярную прямой l. Затем найти точку K пересечения прямой l с плоскостью Σ. Отрезок AK есть искомое расстояние от точки A до прямой l. Его длину можно определить способом прямоугольного треугольника.

<u>Алгоритм</u>

1. Через точку A перпендикулярно прямой l – О.П. согласно теореме о проецировании прямого угла проводится плоскость, которая задается двумя пересекающимися прямыми: горизонталью h и фронталью f (рис. 1):

$$\Sigma(h \cap f) \perp l(n);$$

$$h \cap f = A;$$

$$h_1 \perp l_1(n_1);$$

$$f_2 \perp l_2(n_2).$$

47ITVN518
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

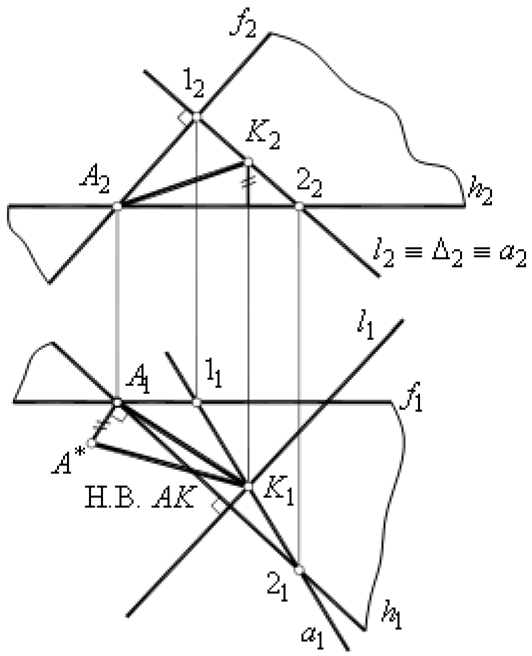

Рисунок 1. *Определение расстояния от точки до прямой (разработано автором)*

2. Определяется точка K – точка пересечения прямой l – О.П. и плоскости $\Sigma(h \cap f)$ (рис. 2), где $K = l \cap \Sigma(h \cap f)$, по алгоритму:

а) прямая l заключается в проецирующую плоскость: $l \subset \Delta(\Delta_2)$;

б) строится линия пересечения плоскостей $\Sigma(h \cap f) \cap \Delta(\Delta_2) = a$:

$$a \subset \Delta(\Delta_2) \Rightarrow a_2 \equiv \Delta_2;$$

$$a \subset \Sigma(h \cap f) \Rightarrow a_2(1_2, 2_2).$$

в) находится точка пересечения прямой l и линии пересечения плоскостей a:

$$K_1 = l_1 \cap a_1;$$

K_2 строится по принадлежности.

3. После построения точки K строятся проекции A_1K_1 и A_2K_2 – проекции расстояния от точки A до прямой l.

4. Любым из способов (замена, вращение, способ прямоугольного треугольника) определяется натуральная величина (Н.В.) отрезка AK – О.П. В данной задаче – способом прямоугольного треугольника.

Задача 2. Определить расстояние от точки A до плоскости $\Sigma(\Delta FMN)$ – общего положения (О.П.).

Расстояние от точки до плоскости есть перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость. Для решения этой задачи необходимо из точки A опустить перпендикуляр n на плоскость Σ, затем найти точку K, в которой этот перпендикуляр пересекает плоскость Σ, и, наконец, определить длину отрезка AK.

<u>Алгоритм</u>

1. Из точки A опускается перпендикуляр n на плоскость $\Sigma(\Delta FMN)$ – О.П.:

а) в заданной плоскости $\Sigma(\Delta FMN)$ проводятся горизонталь h и фронталь f (рис. 2);

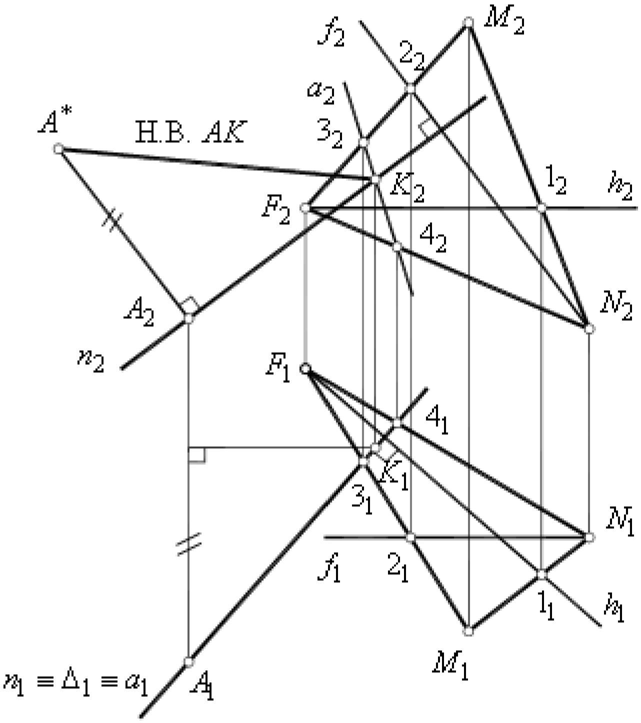

Рисунок 2. *Определение расстояния от точки до плоскости (разработано автором)*

б) строится перпендикуляр n согласно теореме о проецировании прямого угла:

$$n_1 \perp h_1;$$

$$n_2 \perp f_2.$$

2. Определяется точка K – точка пересечения перпендикуляра n и плоскости $\Sigma(\Delta FMN)$ – О.П., где $K = n \cap \Sigma(\Delta FMN)$, по известному алгоритму:

а) перпендикуляр n заключается в проецирующую плоскость:

$$n \subset \Delta(\Delta_1);$$

б) строится линия пересечения плоскостей $\Sigma(\Delta FMN) \cap \Delta(\Delta_1) = a$:

$$a \subset \Delta(\Delta_1) \Rightarrow a_1 \equiv \Delta_1;$$

$$a \subset \Sigma(\Delta FMN) \Rightarrow a_1(3_1, 4_1).$$

в) находится точка пересечения перпендикуляра n и линии пересечения плоскостей a:

$$K_2 = n_2 \cap a_2;$$

K_1 строится по принадлежности.

3. Строятся проекции расстояния от точки A до плоскости – проекции A_1K_1 и A_2K_2, являющегося прямой общего положения.

47ITVN518
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

4. Любым из способов (замена, вращение, способ прямоугольного треугольника) определяется натуральная величина (Н.В.) отрезка AK – О.П. В данной задаче – способом прямоугольного треугольника.

Задача 3. Определить угол между двумя прямыми l и m – общего положения (О.П.).

Данные прямые l и m пересекаются в точке K. Для определения угла между пересекающимися прямыми необходимо построить треугольник, содержащий интересующий нас угол, и затем определить натуральный вид этого треугольника.

Алгоритм

1. В плоскости $\Sigma(l \cap m)$, образованной двумя пересекающимися прямыми l и m, проводится произвольная прямая d (рис. 3).

2. Способом прямоугольного треугольника находится натуральная величина (Н.В.) каждой из сторон образовавшегося треугольника ΔABK.

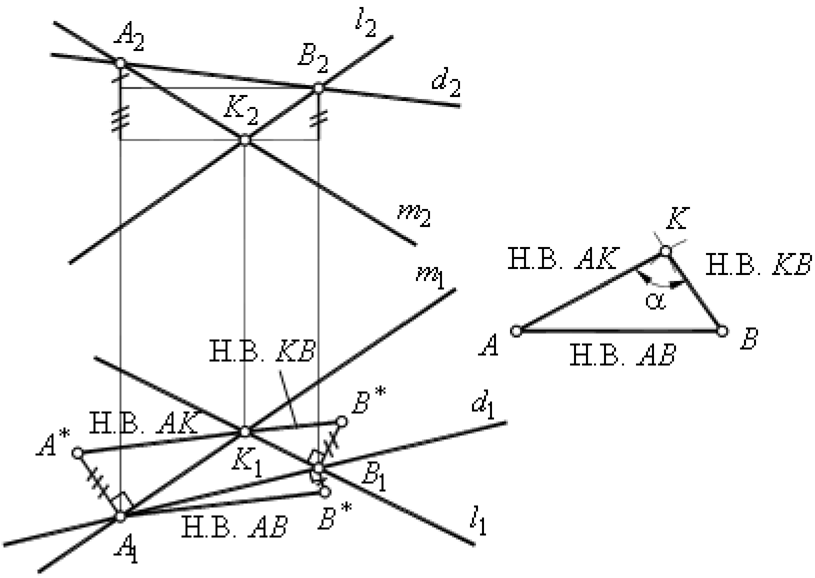

Рисунок 3. *Определение угла между двумя прямыми (разработано автором)*

3. Способом засечек строится треугольник ΔABK в натуральную величину.

4. Угол α между сторонами AK и KB есть искомый угол между прямыми l и m.

Задача 4. Определить угол между прямой l и плоскостью $\Gamma(\Delta ABC)$.

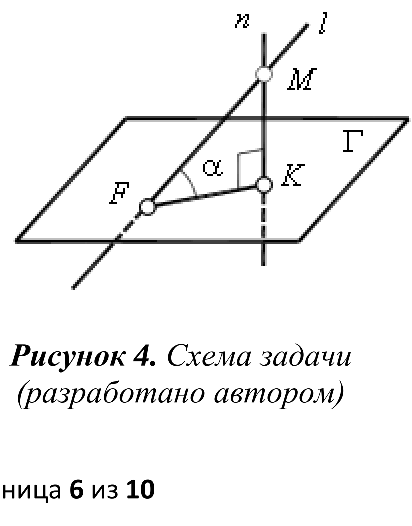

Рисунок 4. *Схема задачи (разработано автором)*

Натуральной величиной угла, который составляет прямая l с плоскостью Γ, является угол α, образованный этой прямой с ее проекцией на данную плоскость (рис. 4).

Задача сводится к построению плоскости, перпендикулярной заданной, которая образована прямой l и перпендикуляром n. Решение может быть произведено различными способами, в том числе и с использованием теории перпендикулярности.

Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

Алгоритм

1. Из точки M, построенной на прямой l, опускается перпендикуляр n на плоскость $\Gamma(\Delta ABC)$ – О.П. согласно следствиям из теоремы о проецировании прямого угла (рис. 6):

$$n_1 \perp h_1;\ n_2 \perp f_2.$$

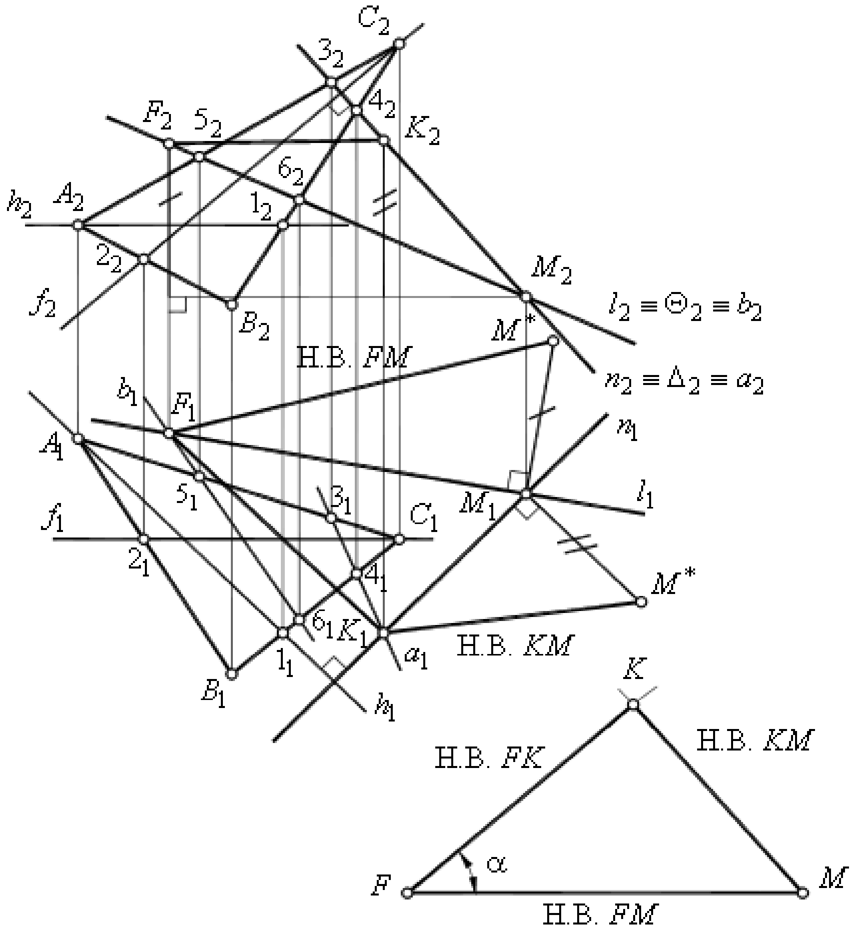

Рисунок 5. *Определение угла между прямой и плоскостью (разработано автором)*

2. Определяется точка K – точка пересечения перпендикуляра n и плоскости $\Gamma(\Delta ABC)$ – О.П. по известному алгоритму (см. задачи 1 и 2):

$$K = n \cap \Gamma(\Delta ABC);$$

а) $n \subset \Delta(\Delta_2)$;

б) $\Gamma(\Delta ABC) \cap \Delta(\Delta_2) = a(3,4)$;

в) $K_1 = n_1 \cap a_1$.

3. Определяется точка F – точка пересечения прямой l и плоскости $\Gamma(\Delta ABC)$ – О.П. по известному алгоритму:

$$F = l \cap \Gamma(\Delta ABC);$$

а) $l \subset \Theta(\Theta_2)$;

б) $\Gamma(\Delta ABC) \cap \Theta(\Theta_2) = b(5,6)$;

47ITVN518
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

в) $F_1 = l_1 \cap b_1$.

4. Строятся проекции прямой FK – линии пересечения двух плоскостей: заданной плоскости $\Gamma(\Delta ABC)$ и перпендикулярной ей плоскости, образованной прямой l и перпендикуляром n:

$$\Gamma(\Delta ABC) \cap \Sigma(l \cap n) = FK.$$

5. По правилу прямоугольного треугольника определяется натуральная величина (Н.В.) сторон треугольника ΔMKF.

6. Способом засечек строится треугольник ΔMKF в натуральную величину.

7. Угол между сторонами MF и FK есть искомый угол между прямой l и плоскостью $\Gamma(\Delta ABC)$.

Выводы

Применение теории перпендикулярности в метрических задачах позволяет без использования дополнительных площадей чертежа (как, например, в способе замены плоскостей проекций) или без изменения положения оригинала в пространстве получить решение легко и быстро и, что очень важно, наглядно. Это способствует развитию пространственного воображения и позволяет курсантам и студентам при решении нестандартных задач, требующих индивидуального подхода, самостоятельно справляться с ними и мыслить творчески.

Роль алгоритмов в начертательной геометрии существенна. Решение задач по алгоритму быстро и легко быстро и легко приводит к результату. Незнание алгоритмов может привести к многочисленным ошибкам и большой потере времени. Курсанты и студенты, хорошо усвоившие необходимые алгоритмы, могут использовать их при решении других сложных задач, оперируя накопленными знаниями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бубенников А.В., Громов М.Я. Начертательная геометрия: учебник для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1973. – 416 с.
2. Виноградов В.Н. Начертательная геометрия: учебник для студентов вузов. – М.: Амалфея, 2001. – 368 с.
3. Зеленин Е.В. Курс начертательной геометрии с задачами и упражнениями: учебник. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с.
4. Логвинова Т.А., Мурашкина О.И. Алгоритмы метрических задач: учеб. пособие. – Владивосток: ТОВВМУ им. С.О. Макарова, 1998. – 108 с.
5. Павлова А.А. Начертательная геометрия: учебник для студ. высш. учеб. заведении. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1999. – 304 с.
6. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии: учебник. – М.: Высшая школа, 1970. – 340 с.
7. Посвянский А.Д., Рыжов Н.Н. Сборник задач по начертательной геометрии: учеб. пособие. – М.: Госуд. изд-во технико-теоретич. литературы, 1966. – 280 с.
8. Фролов С.А. Начертательная геометрия: учебник для втузов. – М.: Машиностроение, 1983. – 240 с.
9. Фролов С.А. Автоматизация процесса графического решения задач. – Минск: Вышейшая школа, 1980. – 255 с.
10. Авчерников В.И., Казаков Ю.М. Автоматизация проектирования технологических процессов. М. «Флинта», 2011.

Nagaeva Marina Vital′evna
The far eastern state technical fishery university, Vladivostok, Russia
E-mail: NagaevaMV@mail.ru

Alifanov Roman Nikolaevich
The far eastern state technical fishery university, Vladivostok, Russia
E-mail: gidra_518@mail.ru

Starodubtsev Paul Anatol′evich
Pacific higher naval school named after Makarov, Vladivostok, Russia
E-mail: spa1958@mail.ru

Algorithms for solving metric problems using perpendicularity theory

Abstract. The article presents the solution of graphic problems. This is the most difficult part of the work of the student, the teacher in the study of descriptive geometry, which simultaneously requires a large amount of knowledge. The solution of metric problems, presented in the form of algorithms, is the basis of solution control. This allows us to consider particular and general cases, to use the analogy, to find new principles for solving metric problems, which is especially important when studying methods of solving them on our own. They require the definition of metric characteristics (length, area, etc.) of both the geometric elements (points, straight lines and planes), and metric characteristics due to their position in space (distances and angles between them). Representation of metric tasks in the form of ordered structures facilitates the comprehension of the methods of their solution, makes the algorithms for solving problems typical and illustrative. To substantiate these approaches, the article presents algorithms for solving several metric problems using the positional properties of geometric elements and the theory of perpendicularity. The first metric problem consists in determining the distance from a point to a straight line from the state of general position. Any of the approaches (replacement, rotation, method of a right-angled triangle) is determined by the actual size of the segment by the method of a right-angled triangle, which is new in the theory of metric problems. The second metric problem is to determine the distance from the point to the plane – from a general position. The third metric problem is to determine the angle between two straight lines from a common position. The application of the theory of perpendicularity in metric tasks allows, without using additional drawing areas (as, for example, in the method of replacing projection planes) or without changing the position of the original in space, to obtain a solution easily and quickly and, very importantly, clearly. This contributes to the development of spatial imagination and allows cadets and students in solving non-standard tasks that require an individual approach to independently cope with them and think creatively. The role of algorithms in descriptive geometry is essential. Solving problems by the algorithm quickly and easily quickly and easily leads to the result. Ignorance of the algorithms can lead to numerous errors and a great waste of time. Cadets and students who have mastered the necessary algorithms well can use them in solving other complex problems using their accumulated knowledge.

Keywords: algorithm; metric problems; perpendicularity theory; orthogonal projection; drawing transformation methods; positional properties of geometric elements

REFERENCES

1. Bubennikov A.V., Gromov M.Ya. Descriptive geometry: a textbook for university students. – M.: Higher school, 1973. – 416 p.
2. Vinogradov V.N. Descriptive geometry: a textbook for university students. – M.: Amalthea, 2001. – 368 p.
3. Zelenin E.V. The course of descriptive geometry with tasks and exercises: a textbook. – M.: Fizmatgiz, 1961. – 392 p.
4. Logvinova, T.A., Murashkina, O.I. Algorithms for metric problems: studies. allowance. – Vladivostok: TOVVMU them. C.O. Makarova, 1998. – 108 p.
5. Pavlova A.A. Descriptive geometry: a textbook for students. higher studies. institution. – M.: Humanit. ed. Center VLADOS, 1999. – 304 p.
6. Posvyansky A.D. A short course of descriptive geometry: a textbook. – M.: Higher school, 1970. – 340 p.
7. Posvyansky A.D., Ryzhov N.N. Collection of tasks on descriptive geometry: studies. allowance. – M.: Gosud. publishing techno-theoretical. Literature, 1966. – 280 p.
8. Frolov S.A. Descriptive geometry: a textbook for technical colleges. – M.: Mashinostroenie, 1983. – 240 p.
9. Frolov S.A. Automating the process of graphical problem solving. – Minsk: Your Highest School, 1980. – 255 p.
10. Avchernikov V.I., Kazakov Yu.M. Automation of technological processes design. M. "Flint", 2011.

47ITVN518
Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com