

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2023, Том 15, № 1 / 2023, Vol. 15, Iss. 1 <https://esj.today/issue-1-2023.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/54ECVN123.pdf>

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Тахтамышев, Х. М. Математические модели оптимизации обменного фонда элементов автомобилей автотранспортных предприятий методом динамического программирования / Х. М. Тахтамышев, С. А. Белов, Ю. Х. Гукетлев // Вестник евразийской науки. — 2023. — Т. 15. — № 1. — URL: <https://esj.today/PDF/54ECVN123.pdf>

**For citation:**

Takhtamyshev Kh.M., Belov S.A., Guketlev Yu.Kh. Mathematical models of optimization of the exchange fund of elements of automobiles of motor transport enterprises by the method of dynamic programming. *The Eurasian Scientific Journal*. 2023; 15(1): 54ECVN123. Available at: <https://esj.today/PDF/54ECVN123.pdf>. (In Russ., abstract in Eng.)

УДК 334.02

ГРНТИ 73.31

**Тахтамышев Хизир Махмудович**

ГАОУ ВО «Невинномысский государственный гуманитарно-технический институт», Невинномысск, Россия  
Профессор кафедры «Строительства, транспорта и машиностроения»  
Доктор технических наук, профессор  
E-mail: hizirt43@mail.ru

**Белов Сергей Александрович**

ГАОУ ВО «Невинномысский государственный гуманитарно-технический институт», Невинномысск, Россия  
Доцент кафедры «Строительства, транспорта и машиностроения»  
E-mail: belovmail@yandex.ru

**Гукетлев Юсуф Хаджибирамович**

ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет», Майкоп, Россия  
Профессор кафедры «Организации и управления транспортными процессами»  
Доктор экономических наук, профессор  
E-mail: guketlevuh@mail.ru

**Математические модели оптимизации обменного фонда элементов автомобилей автотранспортных предприятий методом динамического программирования**

**Аннотация.** В статье отмечается, что на автотранспортных предприятиях для повышения эффективности работы технической службы предусматривается создание обменного (оборотного) фонда отремонтированных узлов и агрегатов, предназначенных для замены отказавших базовых элементов автомобилей. Это позволяет уменьшить время простоя автомобилей в ремонте и соответственно повысить эффективность предприятия. Размер обменного фонда определяется различными авторами по различным критериям оптимальности, но по каждой номенклатуре отдельно. Между тем на практике у автотранспортных предприятий ограничения имеют место по суммарной площади склада обменных узлов и агрегатов ввиду их значительных габаритов, а также суммарной стоимости обменного фонда по всей номенклатуре. В этой связи при ограниченных ресурсах состав обменного фонда меняется и в формализованном виде задача поиска глобального поиска сводится к определению такого размера обменного фонда, который обеспечивает максимум ведущей функции, т. е. максимальную эффективность использования всего обменного фонда.

Для решения этой задачи авторами предлагается оптимизация состава обменного фонда элементов автомобилей методом динамического программирования согласно принципу оптимальности, сформулированному Беллманом.

По этому принципу процесс управления является многошаговым и каждый раз оптимизируется управление только на одном шаге. В итоге поиск сводится к максимизации значений функций эффективности использования ресурсов на каждом шаге.

В статье приводятся аналитические выражения, формирующие последовательность шагов поиска глобального оптимума с применением метода динамического программирования при формировании обменного фонда элементов автомобилей в условиях автотранспортных предприятий. Авторы отмечают, что в связи с тем, что кривые оптимума для обменного фонда элементов автомобилей носят пологий характер, при неограниченных ресурсах размеры обменного фонда элементов при обычной однономенклатурной оптимизации близки таковым при динамическом программировании. Однако при ограничении ресурсов состав обменного фонда, определяемый по методу динамического программирования, будет существенно отличаться за счет большого различия в стоимости и величины габаритов узлов и агрегатов различных марок автомобилей.

**Ключевые слова:** автотранспортное предприятие; обменный фонд; элементы; узлы и агрегаты; оптимизация; динамическое программирование; поиск; простой; размер; глобальный оптимум; ресурсы

## Введение

Традиционно на автотранспортных предприятиях (АТП) для повышения эффективности работы технической службы кроме складских запасов материалов и новых запчастей предусматривается создание обменного (оборотного) фонда отремонтированных узлов и агрегатов, предназначенных для замены отказавших базовых элементов автомобилей. Использование обменного фонда позволяет уменьшить время простоя автомобилей в ожидании на продолжительность времени выполнения ремонта снятого узла и агрегата. Время простоя автомобилей в этом случае ограничивается продолжительностью выполнения монтажно-демонтажных работ по замене элементов непосредственно на автомобилях.

Размер обменного фонда определяется различными авторами по различным критериям оптимальности: заданном коэффициенте технической готовности парка автомобилей АТП и минимуме суммарных потерь от простоев автомобилей в ожидании исправного агрегата и затрат на содержание (хранение) обменного фонда и другие. На автомобильном транспорте, как правило предлагаются методики расчета размеров обменного фонда по конкретной номенклатуре при неограниченных ресурсах предприятий [1; 2].

При решении подобного класса задач многими авторами поиск оптимума производится поэтапно одновременно с определением оптимального шага для каждого наименования с применением компьютерных технологий по большой номенклатуре запчастей, но также без ограничения ресурсов<sup>1, 2</sup> [3]. Между тем на практике у автотранспортных предприятий ограничения имеют место по суммарной площади склада обменных узлов и агрегатов ввиду их

<sup>1</sup> Терских В.М. Оптимизация и управление складом запасных частей на предприятиях, обслуживающих и эксплуатирующих АТС. Автореф. дис. канд. тех. наук: 05.22.10, г. Красноярск, 2016, 28 с.

<sup>2</sup> Кардашев, А.Г. Автоматизированная система оптимального управления запасами ремонтного предприятия: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06 / Кардашев Алексей Генрихович. — М., 2002 — 133 с.

значительных габаритов, а также суммарной стоимости обменного фонда по всей номенклатуре [4; 5].

### Методы исследования

В этой связи при поиске глобального оптимума на каждом шаге имеет место конкуренция между различными наименованиями на предмет выбора наиболее выгодного шага для всего обменного фонда.

Таким образом, при формализованной постановке стоит задача достижения оптимального состава обменного фонда по всей номенклатуре узлов и агрегатов одновременно при различных критериях оптимальности.

В формализованном виде задача оптимизации комплекта обменного фонда может быть представлена следующим образом.

Необходимо определить такой размер обменного фонда при ограниченных ресурсах (стоимость, площадь и т. п.), который обеспечивает максимум ведущей функции, т. е. максимальную эффективность использования всего обменного фонда. Решение подобной задачи возможно с применением одного из методов ускоренного поиска оптимума. Наиболее универсальным из них является метод динамического программирования, с помощью которого предлагается разработать алгоритмы достижения глобального оптимума для всей номенклатуры обменного фонда элементов автомобилей при ограничениях ресурсов.

### Результаты и обсуждение

Математически постановка задачи по оптимизации комплекта обменного фонда при критерии минимум издержек имеет следующую формулировку.

Определить минимум функции цели

$$C = \sum_{i=1}^m (t_{ni} \cdot C_{npi} + n_i \cdot C_{xpi}) \rightarrow \min, \text{ при } G \leq G, \quad (1)$$

где  $t_{ni}$  — среднее время простоя автомобиля из-за отсутствия узлов и агрегатов  $j$ -го наименования;  $C_{npi}$  — удельные потери АТП из-за отсутствия элементов автомобилей, руб./день;  $C_{xpi}$  — стоимость хранения элементов автомобилей,  $j$ -го наименования руб./день;  $n_j$  — количество элементов обменного фонда  $j$ -го наименования.

Аналитическое решение уравнения (1) не представляется возможным, вследствие чего необходимо прибегнуть к помощи численных методов. Наиболее универсальным из них является метод динамического программирования, который позволяет оптимизацию нелинейных функций при наложении определенных ограничений, в данном случае на ресурсы.

Динамическое программирование [6] представляет собой математический аппарат, который переводит систему из начального состояния в конечное при помощи деления всего планируемого процесса на ряд последовательных шагов. Правило изменения управляемого процесса называется управлением и обычно обозначается  $U$ .

Оптимизация методом динамического программирования согласно принципу оптимальности, сформулированному Беллманом [6], сводится к следующему.

Считается, что оптимальное решение обладает тем свойством, что каково бы ни было первоначальное состояние в начальный момент, последующие решения должны представлять пошаговую оптимизацию состояния всей системы.

Процесс управления является многошаговым и каждый раз оптимизируется управление только на одном шаге. Причем критерий обладает свойством аддитивности, т. е. его значение определяется суммированием частных значений, достигнутых на отдельных шагах.

В итоге задача сводится к максимизации значений функций эффективности использования ресурсов  $S_i$  на каждом  $i$ -ом шаге:

$$S_i(x_0, y_0, y_1, \dots, y_{i-1}), \quad (2)$$

где  $x_0$  — определенное количество средств, которое следует распределить между элементами обменного фонда;  $y_0$  — средства, выделенные по определенному наименованию элементов на первом шаге;  $y_1 \dots y_{i-1}$  — то же на втором и последующих шагах.

Суммарный расход средств на первом шаге составляет величину.

$D_1(x_0, y_0)$ , при этом суммарный эффект от использования средств составляет величину:

$$S_1(x_0, y_0) = R_1(x_0, y_0), \quad (3)$$

а за два шага:

$$S_2(x_0, y_0, y_1) = R_1(x_0, y_0) + R_2(x_0, y_0, y_1). \quad (4)$$

Для  $i$ -го шага процесс распределения ресурсов между элементами обменного фонда составляет:

$$S_i(x_0, y_0, y_1 \dots y_{i-1}) = R_1(x_0, y_0) + R_2(x_0, y_0, y_1) + R_3(x_0, y_0, y_1, y_2) + \dots + R_i(x_0, y_0, y_1 \dots y_{i-1}). \quad (5)$$

Максимизация эффекта  $S_i$  производится на каждом шаге. Исходя из принципа оптимальности, оставшиеся средства используются наивыгоднейшим образом.

Основное функциональное управление распределения ресурсов имеет вид:

$$f_i(x) = \max \{R(x, y) + f_{i-1}[x - D(x, y)]\}. \quad (6)$$

Для оптимизации обменного фонда по критерию времени простоя автомобилей  $T_n$  будем считать шагом оптимизации  $i$  добавление в комплект —  $j$ -го наименования элементов, а величину  $R_i(x, y)$  примем как уменьшение времени простоя автомобилей из-за отсутствия элементов.

Принимая во внимание, что решение этих уравнений и ведение расчетов обменного фонда по приведенным уравнениям затруднительно в условиях АТП целесообразно воспользоваться способом В.Т. Дементьева по упрощению вычислительного процесса для неубывающих функций [7]. В данном случае поиск оптимума производится путем увеличения числа элементов обменного фонда, начиная с минимального или нулевого значения, что обеспечивает указанное выше условие.

Упрощение уравнения (6) достигается, если за шаг оптимизации принять добавление одного из элементов любого наименования  $j$  в комплект обменного фонда. В этом случае увеличивается число шагов, но упрощается вычислительный процесс.

Эффект от каждого шага оптимизации составит:

$$\Delta f_i(G) = \max \frac{R_i(G, y)}{C_{si}} \quad (7)$$

или минимизируя потери

$$\Delta f_i(G) = \max \frac{C_{si}}{R_i(G, y)}, \quad (8)$$

где  $C_{si}$  — величина затрат на  $i$ -й шаг оптимизации;  $R_i(G, y)$  — эффект от принятого шага оптимизации.

Вычислив величины  $\Delta f_i(G)$  по всей номенклатуре элементов обменного фонда  $m$ , производим сравнение их значений на  $i$ -м шаге оптимизации. Если установлено, что минимальное значение  $f_i(G)$  достигается по  $j$ -у наименованию, то по данному типу элементов производится добавление одного элемента  $n = 1$ . Затем для него вычисляется значение  $f_{i+1}(G)$  и вновь полученную величину сравнивают с аналогичными показателями для других элементов обменного фонда.

Если новое значение по  $j$ -му наименованию вновь является минимальным из числа элементов фонда, вычислительные процедуры повторяются уже для  $n_i+2$  элементов данного наименования.

Если оказывается, что значение  $f_i(G)$  является минимальным для другого  $j+1$  наименования, то производится добавление одного элемента и для него же вычисляется новое значение  $f_{i+2}(G)$ .

Таким образом на каждом шаге оптимизации производится сравнение значений  $f_{i+k}(G)$  до исчерпания ресурса  $G$ , после чего считается достигнутый глобальный оптимум по всему комплексу обменного фонда.

Для уменьшения количества шагов оптимизации целесообразно начинать вычисления со значений числа запасных элементов, соответствующих минимальным значениям, т. е. без страхового запаса:

$$n_j = \lambda_j / \mu_i. \quad (9)$$

Эффект от каждого шага оптимизации величины обменного фонда  $R_i(G, y)$  определяется как разность между значениями потерь от простоев автомобилей и хранения элементов конкретного наименования согласно функции целей:

$$U_{j,i} = t_{nj} \cdot C_{nji} + t_{xpi} \cdot C_{xpi}, \quad (10)$$

$$U_{j,i+1} = t_{nj,i+1} \cdot C_{nj} + t_{xpi,i+1} \cdot C_{xpi}, \quad (11)$$

$$R_{i+1} = U_{j,i} - U_{j,i+1}. \quad (12)$$

Естественно величины простоев  $t_{nj,i}$  и хранения элементов  $t_{xpi,i}$  могут быть определены по формулам теории массового обслуживания, приведенными в работах [2; 8] применительно к обменному фонду элементов автомобилей.

Итак, алгоритм оптимизации комплекта обменного фонда запасных узлов и агрегатов можно вычислить по следующему алгоритму.

1. Вычисление значений эффектов  $\Delta_{1,j}$  по всей номенклатуре.
2. Определение наименьшего значения эффекта  $\Delta_{1,j}$ .
3. Увеличение обменного фонда по  $j$ -му наименованию на одну единицу, по наименованию с минимальным значением.

4. Вычисление нового значения  $\Delta_{1,j}$  для  $j$ -го наименования после увеличения числа элементов на единицу.
5. Выбор наименьшего значения  $\Delta_{2,i}$  на втором шаге поиска оптимизации и присвоения из числа  $j = 1 \dots m$ .
6. Повторять операции по пунктам 1–5 до исчерпания суммарной допустимой стоимости обменного фонда или допустимой площади оклада.

Для уменьшения числа шагов поиска оптимума по всей номенклатуре комплекта обменного фонда целесообразно начальные значения принимать равными минимальному числу элементов.

### Выводы

По результатам моделирования процесса оптимизации комплекта обменного фонда элементов автомобилей можно сделать следующие выводы. Применение метода динамического программирования позволяет оптимизировать состав обменного фонда по всей номенклатуре элементов автомобилей при ограничениях ресурсов на его формирование и содержание. Принимая во внимание, что кривые оптимума для обменного фонда элементов автомобилей носят пологий характер, можно предположить, что при неограниченных ресурсах на создание обменного фонда, значения оптимума для большинства наименований при однономенклатурной оптимизации близки таковым при динамическом программировании. Однако при ограничении ресурсов состав обменного фонда, определяемый по методу динамического программирования, будет существенно отличаться от такового при оптимизации обменного фонда за счет большого различия в стоимости узлов и агрегатов различных марок автомобилей, эксплуатирующихся на одном автотранспортном предприятии.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Иващенко, Н.И. К методике определения числа изделий оборотного фонда / Н.И. Иващенко, В.А. Трикозюк, А.А. Тесяж // Автомобильная промышленность. — 1976. — № 4. — С. 4–5.
2. Тахтамышев Х.М. Вероятностные модели формирования обменного фонда узлов и агрегатов автомобилей на автотранспортных предприятиях // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» 2014. № 6 <http://naukovedenie.ru/PDF/14TVN614.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/14TVN614.
3. Бугримов, В.А. Моделирование системы управления запасами станции технического обслуживания / В.А. Бугримов, А.В. Кондратьев, В.И. Сарбаев // Мир транспорта и технологических машин. — 2017. — № 4(59). — С. 9–17.
4. Буняк, И.П. Управление товарными запасами с учетом складских помещений / И.П. Буняк // Современные тенденции развития науки и технологий. 2019. Т. 6. № 3. С. 38–41.
5. Сазонова, А.К., Матвийчук, Л.Н. Управление запасами предприятия и их оптимизация / А.К. Сазонова, Л.Н. Матвийчук // Современные тенденции развития науки и технологий. 2019. Т. 8. № 5. С. 124–127.

6. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Пер. с англ. — М.: Наука, 1965, — 458 с.
7. Дементьев В.Т., Пяткин А.В. О децентрализованной транспортной задаче // Дискретный анализ и исследование операций. 2008. Т. 15, № 3. С. 22–30.
8. Тахтамышев Х.М., Дауров Д.С. Оптимизация запасов узлов и агрегатов автомобилей на автотранспортных предприятиях. Монография. НГГТИ. г. Невинномысск — 2008, 160 с.

**Takhtamyshev Khizir Makhmudovich**

Nevinnomyssk State Humanitarian and Technical Institute, Nevinnomyssk, Russia  
E-mail: hizirt43@mail.ru

**Belov Sergey Aleksandrovich**

Nevinnomyssk State Humanitarian and Technical Institute, Nevinnomyssk, Russia  
E-mail: belovmail@yandex.ru

**Guketlev Yusuf Khadjibiramovich**

Maykop State Technological University, Maykop, Russia  
E-mail: guketlevuh@mail.ru

## **Mathematical models of optimization of the exchange fund of elements of automobiles of motor transport enterprises by the method of dynamic programming**

**Abstract.** The article notes that in order to improve the efficiency of the technical service at motor transport enterprises, it is planned to create an exchange (revolving) fund of repaired units and assemblies intended to replace failed basic elements of cars. This allows to reduce the downtime of cars in repair and, accordingly, increase the efficiency of the enterprise. The size of the exchange fund is determined by various authors according to various optimality criteria, but for each nomenclature separately.

Meanwhile, in practice, motor transport enterprises have restrictions on the total area of the warehouse of exchange units and assemblies due to their significant dimensions, as well as the total cost of the exchange fund for the entire range. In this regard, with limited resources, the composition of the exchange fund changes and, in a formalized form, the problem of finding a global search is reduced to determining the size of the exchange fund, which ensures the maximum of the leading function, i.e. maximum efficiency of using the entire exchange fund.

To solve this problem, the authors propose to optimize the composition of the exchange fund of car elements by the method of dynamic programming according to the optimality principle formulated by Bellman.

According to this principle, the control process is multi-step and each time the control is optimized only at one step. As a result, the search is reduced to maximizing the values of the resource use efficiency functions at each step.

The article presents analytical expressions that form the sequence of steps in the search for a global optimum using the dynamic programming method in the formation of the exchange fund of car elements in the conditions of motor transport enterprises.

The authors note that due to the fact that the optimum curves for the exchange fund of car elements are flat, with unlimited resources, the size of the exchange fund of elements with conventional single-item optimization is close to those with dynamic programming. However, with limited resources, the composition of the exchange fund, determined by the method of dynamic programming, will differ significantly due to the large difference in the cost and size of the components and assemblies of various car brands.

**Keywords:** motor transport enterprise; exchange fund; elements; components and assemblies; optimization; dynamic programming; search; simple; size; global optimum; resources