

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2019, №1, Том 11 / 2019, No 1, Vol 11 <https://esj.today/issue-1-2019.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/63ECVN119.pdf>

Статья поступила в редакцию 05.02.2019; опубликована 27.03.2019

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Шумилина В.Е., Цвиль М.М. Статистическое моделирование и прогнозирование индекса производительности труда в Российской Федерации // Вестник Евразийской науки, 2019 №1, <https://esj.today/PDF/63ECVN119.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

**For citation:**

Shumilina V.E., Tsvil M.M. (2019). Statistical modeling and forecasting of the index of labor productivity in the Russian Federation. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 1(11). Available at: <https://esj.today/PDF/63ECVN119.pdf> (in Russian)

УДК 330.3, 311.2

ГРНТИ 06.35.33

**Шумилина Вера Евгеньевна**

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», Ростов-на-Дону, Россия  
Доцент  
Кандидат экономических наук  
E-mail: [Shumilina.vera@list.ru](mailto:Shumilina.vera@list.ru)

РИНЦ: [https://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=510410](https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=510410)

**Цвиль Мария Михайловна**

ГКОУ ВО «Российская таможенная академия»  
Филиал в г. Ростов-на-Дону, Россия, Ростов-на-Дону  
Доцент  
Кандидат физико-математических наук, доцент  
E-mail: [tsvilmm@mail.ru](mailto:tsvilmm@mail.ru)

РИНЦ: [https://elibrary.ru/author\\_profile.asp?id=768928](https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=768928)

## Статистическое моделирование и прогнозирование индекса производительности труда в Российской Федерации

**Аннотация.** В рамках Стратегии экономической безопасности РФ до 2030 года, принятой Указом Президента РФ в 2017 году, одним из отслеживаемых показателей является индекс производительности труда, который представляет собой важный индикатор экономической эффективности производства, реализации трудового и человеческого потенциала, развития техники и технологии. Целью данного исследования является статистическое моделирование и прогнозирование индекса производительности труда по Российской Федерации и нескольким ее округам в зависимости от динамики некоторых факторов на основе официальных данных за период 2008–2017 гг. В процессе исследования были определены основные факторы, влияющие на динамику индекса производительности труда. В качестве объясняющих были взяты такие факторы, как динамика инвестиций в основной капитал (в процентах к прошлому году) по РФ; степень износа основных фондов (в процентах) по РФ; реальная начисленная заработная плата (в процентах к прошлому году) в РФ; количество прибывших в РФ мигрантов, (человек); инновационная активность организаций, (в процентах) в целом по РФ; коэффициент изобретательской активности (единиц на 10 тыс. человек населения) в целом по РФ. Перебирая многочисленные варианты, исследуя мультиколлинеарность факторов, на основе анализа матрицы корреляции и t-статистик

Стюдента приходим к выводу: основным фактором, влияющим на индекс производительности труда в РФ, является динамика инвестиций в основной капитал (в процентах к прошлому году). В ходе исследования получены статистические модели зависимости индекса производительности труда от динамики инвестиций в основной капитал в целом по Российской Федерации и по трем федеральным округам в отдельности: Центральному, Южному и Приволжскому. Полученные модели можно использовать для прогнозирования индекса производительности труда в зависимости от динамики инвестиций в основной капитал в целях разработки стратегии и принятия управленческих решений на уровне государственной экономической политики.

**Ключевые слова:** производительность труда; прогнозирование; моделирование; инвестиции в основной капитал; эконометрический анализ; регрессионный анализ; полином третьей степени; коэффициент детерминации; ошибка аппроксимации

В условиях всевозрастающей политической напряженности, которая явилась результатом санкционной политики западных стран в отношении Российской Федерации (РФ), необходимым элементом создания возможности дальнейшего существования и развития страны стало укрепление ее экономической безопасности. В 2017 году Указом Президента РФ была принята «Стратегия экономической безопасности Российской Федерации до 2030 года». Данная Стратегия разработана в целях реализации стратегических национальных приоритетов РФ, определенных в Стратегии национальной безопасности РФ, утвержденной Указом Президента РФ в 2015 году.

На официальном сайте Федеральной службы государственной статистики имеется рубрика «Информация для анализа показателей состояния экономической безопасности Российской Федерации», предоставляющая официальную статистическую информацию по реализации Стратегии экономической безопасности РФ до 2030 года.

Одним из отслеживаемых в рамках данной Стратегии показателей является индекс производительности труда, рассчитываемый в процентах к предыдущему году.

Производительность труда является одним из показателей экономической эффективности производства, реализации трудового и человеческого потенциала, развития техники и технологии. Согласно определениям, даваемым этому показателю в экономической литературе, производительность труда – это количество продукции, производимой работником в единицу времени. Если рассматривать производительность труда в целом по стране, то в мире существуют различные методологии ее определения.

Так, согласно методологии Международной организации труда (МОТ), производительность труда рассчитывается как отношение валового внутреннего продукта (ВВП) в постоянных ценах к общей численности занятых. Согласно методологии Организации экономического сотрудничества и развития (ОЭСР), производительность труда определяется как отношение ВВП к отработанному времени в часах. Что касается Федеральной службы государственной статистики, концептуальные основы для расчета производительности труда были заимствованы из Руководства ОЭСР по измерению роста производительности на уровне отрасли и на агрегированном уровне. Индекс производительности труда по экономике в целом Федеральная служба государственной статистики рассчитывает как результат деления индекса физического объема ВВП на изменение совокупных затрат труда.

Согласно социальному бюллетеню аналитического центра при Правительстве Российской Федерации, посвященному изучению производительности труда в нашей стране, в 2005–2015 годах в РФ уровень производительности труда в экономике был более, чем в два раза ниже, по сравнению со странами Европейского союза, «Большой семерки» и ОЭСР.

Причем имеющая место динамика индекса производительности труда за эти годы в сочетании с ее низким уровнем свидетельствует о негативной тенденции не только с точки зрения экономики, но и с точки зрения социального положения и развития страны.

Что касается вопроса изучения производительности труда с целью определения влияния на ее изменение факторов, построения прогнозных моделей, то стоит отметить дефицит информации для произведения подобных расчетов, а кроме того, и несовершенство методических подходов к измерению производительности труда и к ее прогнозированию. Одной из сложнейших проблем факторного анализа производительности труда является подбор факторов, на нее влияющих, и установление количественного влияния на нее каждого конкретного фактора. Для осуществления этого используются статистические методы анализа. Основными проблемами моделирования можно отметить недостаточно изученные формы связей между производительностью труда и влияющими на нее факторами, недостаточная разработка системы отбора факторов и анализа исходной информации, правильное определение самого показателя производительности труда, недостаточное внимание практическому использованию построенных моделей.

Одним из важнейших инструментов, используемых при разработке стратегии и тактики общественного развития, является прогнозирование. Экономические прогнозы являются неотъемлемой частью при формировании приоритетных направлений развития экономических систем, для оценки планируемых решений в экономике, при построении экономических стратегий управления.

Для прогнозирования уровня производительности труда возможно применение различных методов: метод гармонических весов, построения регрессионных моделей и т. д.

В настоящее время используются методы прогнозирования социально-экономических явлений с помощью эконометрического моделирования [1; 2; 3; 4; 5].

Целью данного исследования является статистическое моделирование и прогнозирование индекса производительности труда по Российской Федерации и некоторым ее округам. Моделированию и прогнозированию производительности труда посвящен ряд научных статей [6; 7; 8], однако все они сосредоточены на отдельных отраслях экономики (сельское хозяйство, угледобывающая промышленность и т. д.).

Для проведения нашего исследования мы использовали официальные данные Федеральной службы государственной статистики<sup>1</sup> за период 2008–2017 гг. На первом этапе исследования в качестве эндогенной переменной выступает  $y$  – индекс производительности труда в РФ (в процентах к прошлому году) (см. таблицу 1). В качестве объясняющих (экзогенных) переменных вначале использовались следующие (см. таблицу 1):

$x_1$  – динамика инвестиций в основной капитал (в процентах к прошлому году) по РФ;

$x_2$  – степень износа основных фондов, в процентах, по РФ;

$x_3$  – реальная начисленная заработная плата (в процентах к прошлому году) в РФ;

$x_4$  – прибыло в РФ мигрантов, человек;

$x_5$  – инновационная активность организаций, в процентах, в целом по РФ;

$x_6$  – коэффициент изобретательской активности (единиц на 10 тыс. человек населения) в целом по РФ.

---

<sup>1</sup> [www.gks.ru](http://www.gks.ru).

Таблица 1

Данные для статистического моделирования индекса производительности труда в РФ

Годы	y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
2008	104,8	109,5	45,3	111,5	281614	9,4	1,95
2009	95,9	86,5	45,3	96,5	279907	9,3	1,8
2010	103,2	106,3	47,1	105,2	191656	9,5	2,01
2011	103,8	110,8	47,9	102,8	356535	10,4	1,85
2012	103,3	106,8	47,7	108,4	417681	10,3	2
2013	102,2	100,8	48,2	104,8	482241	10,1	2
2014	100,7	98,5	49,4	101,2	590824	9,9	1,65
2015	98,1	89,9	47,7	91	598617	9,3	2
2016	99,7	99,8	48,1	100,8	575158	8,4	1,83
2017	101,5	104,8	47,3	102,9	589033	8,5	1,55

Составлено авторами на основе официальных статистических данных Федеральной службы государственной статистики

По данным таблицы 1 построим уравнение модели множественной регрессии с помощью инструмента анализа данных **Регрессия**. Эконометрический анализ с применением надстройки Пакета анализа приложения MS Excel показал: несмотря на значимость полученного уравнения множественной линейной регрессии (1)

$$y = 57,77 + 0,27x_1 - 0,064x_2 + 0,085x_3 + 0,000002x_4 + 0,47x_5 + 2,45x_6 \quad (1)$$

где коэффициент детерминации  $R^2 = 0,97$ , все коэффициенты регрессии, кроме  $x_1$ , статистически незначимы согласно критерию Стьюдента. Следовательно, факторы  $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  не оказывают статистически значимого влияния на фактор  $y$ . Кроме того, объясняющие факторы в регрессионной модели должны быть независимы, не коррелированы между собой. В нашем случае матрица парных коэффициентов корреляции выглядит следующим образом (рисунок 1):

	y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
y	1						
x <sub>1</sub>	0,97421	1					
x <sub>2</sub>	0,08562	0,086068	1				
x <sub>3</sub>	0,85816	0,838784	-0,16034	1			
x <sub>4</sub>	-0,33378	-0,36105	0,719913	-0,46353	1		
x <sub>5</sub>	0,494078	0,443358	0,260969	0,336948	-0,15422	1	
x <sub>6</sub>	0,351168	0,257467	-0,26964	0,23605	-0,29453	0,109195	1

**Рисунок 1.** Матрица парных коэффициентов корреляции по уравнению множественной линейной регрессии (1) (получено авторами)

Перебирая многочисленные варианты, исследуя мультиколлинеарность факторов, на основе анализа матрицы корреляции и t-статистик Стьюдента приходим к выводу: основным фактором, влияющим на индекс производительности труда в РФ, является  $x_1$  – динамика инвестиций в основной капитал (в процентах к прошлому году) [4; 9; 10]. Рассмотрим новое уравнение модели в виде  $y = b_0 + b_1x_1$ . Применяя инструментарий «Анализа данных» программного пакета Excel получаем уравнение парной регрессии (2).

$$y = 67,69 + 0,332x_1 \quad (2)$$

Результаты анализа представлены на рисунке 2:

1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	<i>Регрессионная статистика</i>					
4	Множест	0,966068889				
5	R-квадрат	0,933289098				
6	Нормиро	0,924950235				
7	Стандарт	0,760054641				
8	Наблюде	10				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
12	Регрессия	1	64,65453554	64,65453554	111,9204289	5,56642E-06
13	Остаток	8	4,621464459	0,577683057		
14	Итого	9	69,276			
15						
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>
17	Y-пересеч	67,69831391	3,187155456	21,2409827	2,5371E-08	60,34872025
18	x1	0,331902133	0,03137295	10,5792452	5,56642E-06	0,25955598

**Рисунок 2.** Результаты регрессионного анализа  
индекса производительности труда в РФ (получено авторами)

Из рисунка 2 следует, что полученное уравнение (2) значимо: значение статистики Фишера  $F = 111,92$  больше табличного и статистически значимо. Коэффициенты модели тоже значимы: значения их  $t$ -статистики (21,24 для  $b_0$  и 10,58 для  $b_1$ ) имеют  $P$ -значения гораздо меньшее 0,05, и они больше табличного значения  $t_{\text{табл}} = 2,36$ . Следовательно, уравнение (2) пригодно для прогнозов. Значение коэффициента регрессии  $b_1$  говорит о том, что при увеличении фактора  $x_1$ , на 1 процент, индекс производительности труда возрастет в среднем на 0,332 процента.

Теперь обратимся к данным по федеральным округам.

Индекс производительности труда и динамика инвестиций в основной капитал в Центральном федеральном округе представлен следующей таблицей статистических данных (таблица 2).

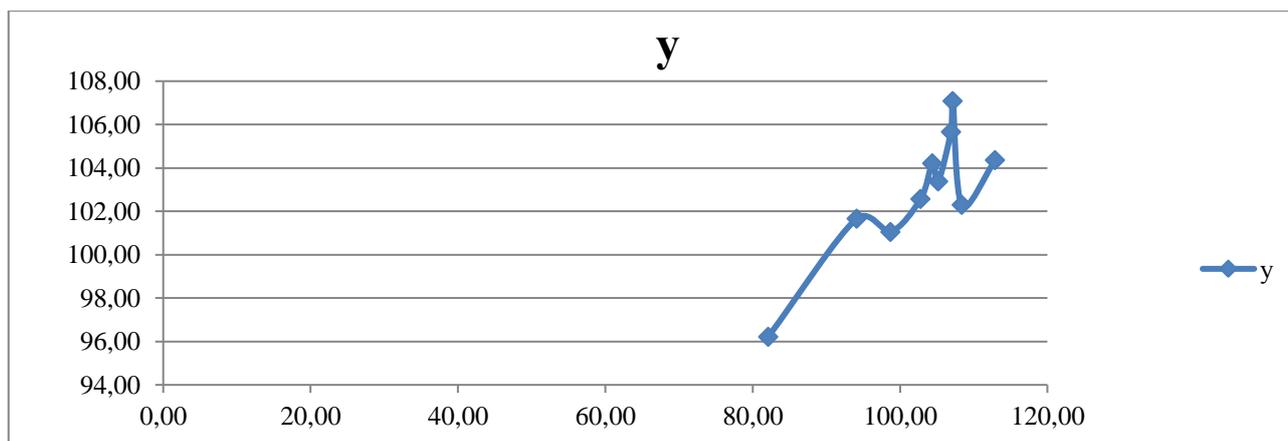
**Таблица 2**

**Данные для статистического моделирования индекса  
производительности труда в Центральном федеральном округе**

Годы	Средний индекс производительности труда, %, $y$	Динамика инвестиций в основной капитал, %, $x$
2008	105,67	106,9
2009	96,22	82,1
2010	104,21	104,4
2011	107,09	107,1722
2012	104,35	112,925
2013	103,39	105,2
2014	102,57	102,8
2015	101,66	94,1
2016	101,05	98,7
2017	102,3	108,4

Составлено авторами на основе официальных статистических данных Федеральной службы государственной статистики

По данным таблицы 2 построим график зависимости  $y$  от  $x$  (рисунок 3).



**Рисунок 3.** График зависимости  $y$  от  $x$  по данным таблицы 2 (получено авторами)

Из графика зависимости  $y$  от  $x$  (рисунок 3) следует, что уравнение регрессии будем искать в виде полинома третьей степени. Проведя соответствующую замену переменных, применяем программу «Регрессия» из Пакета анализа приложения MS Excel. В результате получим модель вида:

$$y = -0,00058x^3 + 0,165x^2 - 15,2x + 554,6 \quad (3)$$

Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,84$ . Полученное уравнение не значимо, так как значение статистики Фишера меньше табличного. Коэффициенты модели (3) тоже не значимы. Улучшим модель, отбрасывая  $x$ , оставляя  $x^2$ ,  $x^3$  и используя фиктивные переменные  $z_1$  и  $z_2$ . Введем  $z_1 = (0,0,0,0,0,0,1,0,0,0)$  и  $z_2 = (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0)$ . Далее проведем следующую замену переменных  $x^2 = u_1$ ,  $x^3 = u_2$  и тем самым приведем кубическое уравнение регрессии к линейному виду  $y = b_0 + b_1u_1 + b_2u_2 + b_3z_1 + b_4z_2$ . Полученное уравнение адекватно линейному уравнению множественной регрессии. Используем программу «Регрессия» из Пакета анализа приложения MS Excel. Приведем статистические данные, полученные программой «Регрессия» (рисунок 4).

1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	<b>Регрессионная статистика</b>					
4	Множест	0,967996821				
5	R-квадрат	0,937017845				
6	Нормиро	0,886632121				
7	Стандарт	0,99988878				
8	Наблюде	10				
9						
10	<b>Дисперсионный анализ</b>					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
12	Регрессия	4	74,37102028	18,59275507	18,59689153	0,003327523
13	Остаток	5	4,998887863	0,999777573		
14	Итого	9	79,36990815			
15						
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>
17	Y-пересе	64,06226656	12,44843397	5,146210899	0,003626389	32,06254833
18	$x^2$	0,009271606	0,003940063	2,353162126	0,06530312	-0,000856647
19	$x^3$	-5,44934E-05	2,67437E-05	-2,037614202	0,097163679	-0,00012324
20	$z_2$	3,614759468	1,087758121	3,323127998	0,020936235	0,818588201
21	$z_1$	2,225200315	1,08554457	2,049847032	0,095661482	-0,565280837

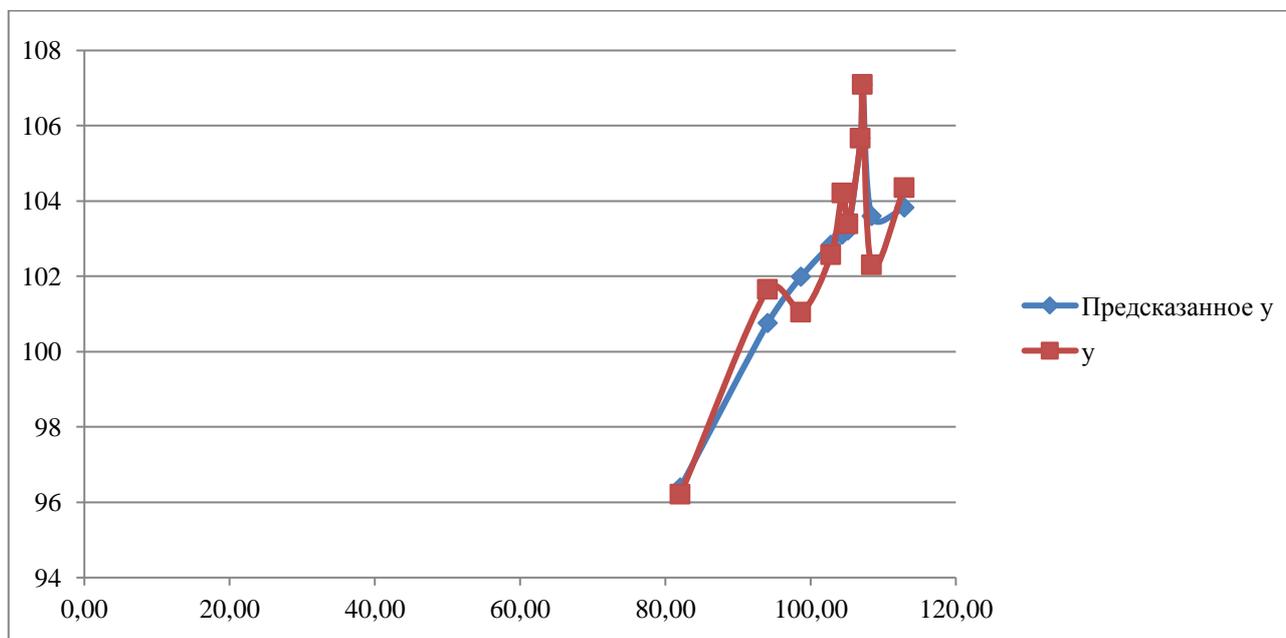
**Рисунок 4.** Результаты регрессионного анализа индекса производительности труда в Центральном федеральном округе (получено авторами)

Получена модель вида:

$$y = -0,0000545x^3 + 0,009x^2 + 64,062 + 2,2z_1 + 3,61z_2 \quad (4)$$

Уравнение (4) значимо и коэффициенты его тоже значимы. Средняя ошибка аппроксимации 0,38 %. Ошибка аппроксимации показывает хорошее соответствие расчетных и фактических данных.

Сравним графики фактических наблюдений и теоретических значений (рисунок 5).



**Рисунок 5.** Графики фактических наблюдений и теоретических значений по модели (4) (получено авторами)

Используя полученную модель (4), осуществим прогноз индекса производительности труда в Центральном федеральном округе при динамике инвестиций в основной капитал  $x = 101$  %. Тогда получим индекс производительности труда:  $y = 107,11$  %.

Исследование индекса производительности труда и динамики инвестиций в основной капитал в Южном федеральном округе произведем по следующим данным (таблица 3).

**Таблица 3**

**Данные для статистического моделирования индекса производительности труда в Южном федеральном округе**

Годы	Средний индекс производительности труда, %, $y$	Динамика инвестиций в основной капитал, %, $x$
2008	101,283	118,7
2009	99,55	98,4
2010	103,467	119,2
2011	98,1167	110,267
2012	104,05	107,412
2013	105,3	114,6
2014	104,333	88,3
2015	107,033	85,6
2016	102,85	84,9
2017	103,00	120,3

Составлено авторами на основе официальных статистических данных Федеральной службы государственной статистики

По данным таблицы 3 построим график зависимости  $y$  от  $x$  (рисунок 6).

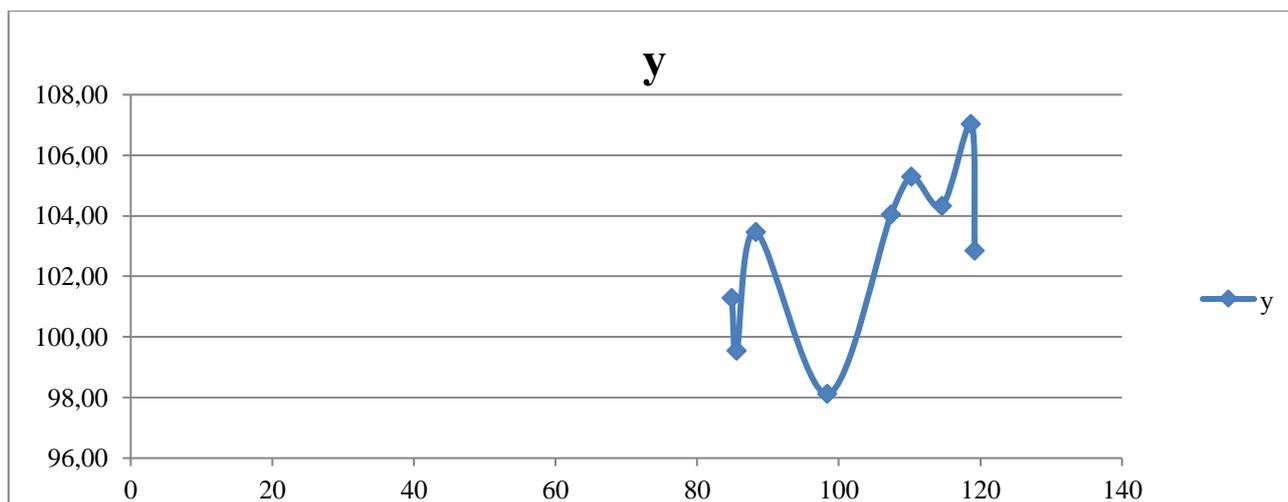


Рисунок 6. График зависимости  $y$  от  $x$  по данным таблицы 3 (получено авторами)

Из графика, представленного на рисунке 6, следует, что уравнение регрессии будем искать в виде полинома третьей степени. Проведя соответствующую замену переменных, применяем программу «Регрессия» из Пакета анализа приложения MS Excel. В результате получим модель вида:

$$y = -0,00089x^3 + 0,27949x^2 - 28,7685x + 1076,474 \quad (5)$$

$R^2 = 0,53$ . Полученное уравнение не значимо, так как значение статистики Фишера меньше табличного. Коэффициенты модели (5) тоже не значимы. Перебирая многочисленные варианты, улучшим модель, отбрасывая  $x^2$ , оставляя  $x$ ,  $x^3$  и используя фиктивные переменные  $z_1$ ,  $z_2$  и  $z_3$ . Положим,  $z_1 = (0,0,0,1,0,0,0,0,0)$ ,  $z_2 = (0,1,0,0,0,0,0,0,0)$  и  $z_3 = (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0)$ . Используем программу «Регрессия» из Пакета анализа приложения MS Excel, получим эконометрическую модель вида:

$$y = 42,87 + 0,888x - 0,000027x^3 - 6,498z_1 - 2,46z_2 + 3,769z_3 \quad (6)$$

Приведем статистические данные, полученные программой «Регрессия» (рисунок 7).

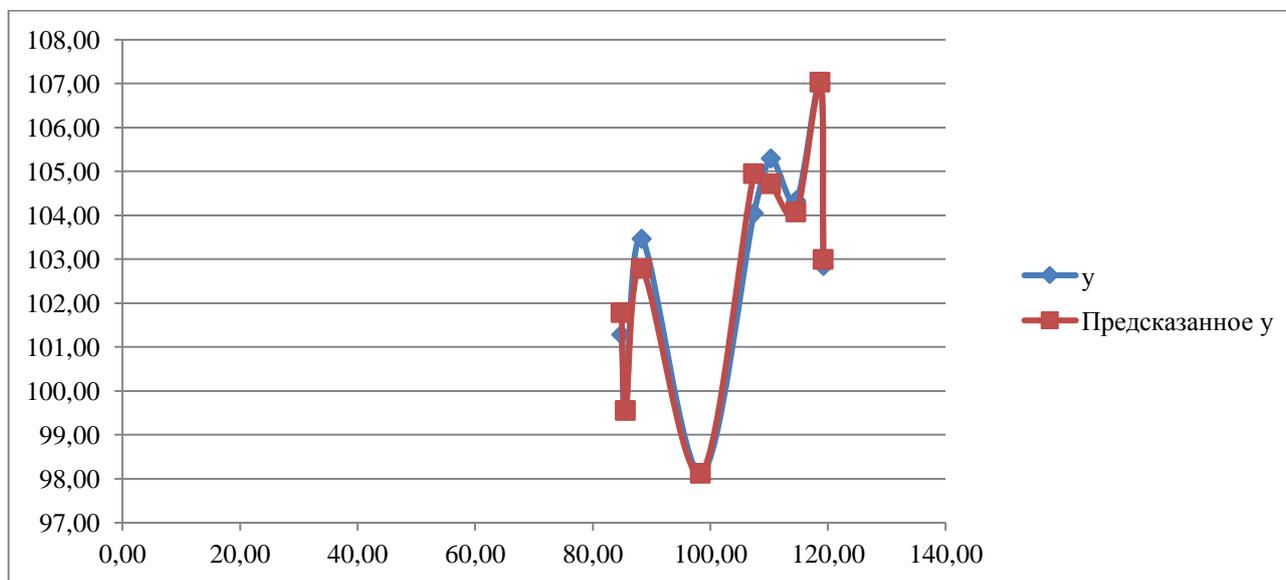
1	Вывод итогов					
2						
3	регрессионная статистика					
4	Множественный коэффициент	0,984098845				
5	R-квадрат	0,968450537				
6	Нормированный коэффициент	0,929013709				
7	Стандартная ошибка	0,70643072				
8	Наблюдения	10				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
12	Регрессия	5	61,27518366	12,25503673	24,55700865	0,004218164
13	Остаток	4	1,996177451	0,499044363		
14	Итого	9	63,27136111			
15						
16		<i>Коэффициент</i>	<i>стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95% доверительный интервал</i>
17	Y-пересечение	42,86797795	16,43998137	2,607544192	0,059573545	-2,776727868
18	x	0,888271707	0,245925439	3,611955355	0,022517449	0,205473225
19	$x^3$	-0,000027	0,000008	-3,467092273	0,025651441	-4,84977E-05
20	$z_1$	-6,49816124	0,878921949	-7,393331404	0,001784825	-8,938439787
21	$z_3$	3,768505836	0,818259817	4,605512526	0,009989332	1,496652373
22	$z_2$	-2,46218744	0,884310455	-2,784302075	0,049599891	-4,91742687

Рисунок 7. Результаты регрессионного анализа индекса производительности труда в Южном федеральном округе (получено авторами)

Полученное уравнение (6) значимо, об этом говорят: близкое к 1 значение коэффициента детерминации ( $R^2 = 0,968$ ) – около 96,8 % дисперсии фактора  $y$  объяснено этим уравнением, а также значение F-статистики (24,56) Полученное F больше табличного  $F_{табл} = 6,26$ . Коэффициенты уравнения (6) тоже статистически значимы (уровень значимости  $\alpha = 0,05$ ).

Средняя ошибка аппроксимации 0,33 %. Ошибка аппроксимации показывает хорошее соответствие расчетных и фактических данных.

Сравним графики фактических наблюдений и теоретических значений (рисунок 8).



**Рисунок 8.** Графики фактических наблюдений и теоретических значений по модели (6) (получено авторами)

Используя полученную модель (6), осуществим прогноз индекса производительности труда в Южном федеральном округе при динамике инвестиций в основной капитал  $x = 101$  %. Тогда получим индекс производительности труда:  $y = 104,74$  %.

Исследование индекса производительности труда и динамики инвестиций в основной капитал в Приволжском федеральном округе произведем по следующим данным.

**Таблица 4**

**Данные для статистического моделирования индекса производительности труда в Приволжском федеральном округе**

Годы	Средний индекс производительности труда, %, $y$	Динамика инвестиций в основной капитал, %, $x$
2008	104,89	107,9
2009	95,66	83,5
2010	104,79	108,1
2011	106,58	110,1024
2012	104,47	109,5053
2013	103,19	106,9
2014	103,45	100,1
2015	100,58	93,1
2016	100,41	92,9
2017	103,2	96,7

Составлено авторами на основе официальных статистических данных Федеральной службы государственной статистики

По данным таблицы 4 построим график зависимости  $y$  от  $x$  (рисунок 9).

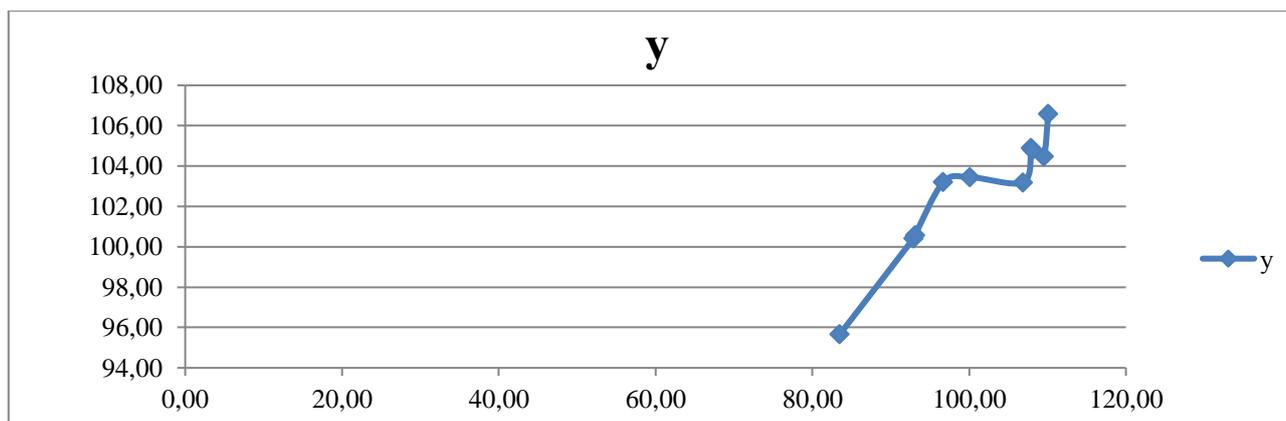


Рисунок 9. График зависимости  $y$  от  $x$  по данным таблицы 4 (получено авторами)

Из графика, представленного на рисунке 9, следует, что уравнение регрессии будем искать в виде полинома третьей степени. Применяем программу «Регрессия» из Пакета анализа приложения MS Excel. В результате получим модель, которая статистически не значима. Перебирая многочисленные варианты, улучшим модель, отбрасывая  $x^2$ , оставляя  $x$ ,  $x^3$  и используя фиктивные переменные  $z_1$  и  $z_2$ . Положим,  $z_1 = (0,0,0,0,0,0,0,0,1)$ ,  $z_2 = (0,0,0,0,0,1,0,0,0)$ . Используя программу «Регрессия» из Пакета анализа приложения MS Excel, получим эконометрическую модель вида:

$$y = -14,82 + 1,64x - 0,000046x^3 + 1,84z_1 - 1,461z_2 \quad (7)$$

Приведем статистические данные, полученные программой «Регрессия» (рисунок 10).

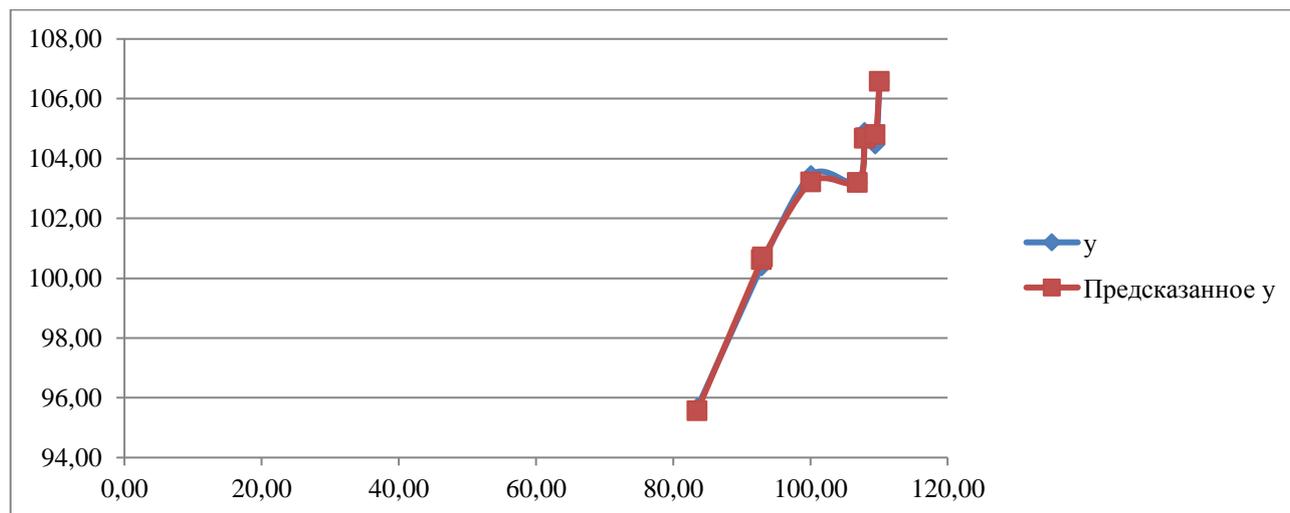
1	ВЫВОД ИТОГОВ				
2					
3	<i>Регрессионная статистика</i>				
4	Множест	0,993649835			
5	R-квадрат	0,987339994			
6	Нормиро	0,977211989			
7	Стандарт	0,471009906			
8	Наблюд	10			
9					
10	<i>Дисперсионный анализ</i>				
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
12	Регрессия	4	86,50931977	21,62732994	97,48612877
13	Остаток	5	1,109251655	0,221850331	
14	Итого	9	87,61857143		
15					
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>стандартная ошибка</i>	<i>статистика</i>	<i>P-Значение</i>
17	Y-пересе	-14,82129296	15,67635883	-0,94545507	0,38783955
18	$x^3$	-0,000046	0,000008	-5,4523371	0,002820699
19	$x$	1,639680239	0,241883826	6,778792389	0,001062336
20	$z_1$	1,840600632	0,577758375	3,185761921	0,024380365
21	$z_2$	-1,461314099	0,52297204	-2,794249	0,038252419

Рисунок 10. Результаты регрессионного анализа индекса производительности труда в Приволжском федеральном округе (получено авторами)

Полученное уравнение (7) значимо, об этом говорят: близкое к 1 значение коэффициента детерминации ( $R^2 = 0,987$ ) – около 98,7 % дисперсии фактора  $y$  объяснено этим уравнением, а также значение F-статистики (97,49) – его значимость подтверждается P-значением 0,000063, меньшим, чем уровень значимости  $\alpha = 0,05$ . Кроме того, полученное F-статистики больше табличного ( $F_{\text{табл}} = 5,19$ ). Коэффициенты уравнения (7) тоже статистически значимы ( $\alpha = 0,05$ ).

Средняя ошибка аппроксимации 0,14 %. Ошибка аппроксимации показывает хорошее соответствие расчетных и фактических данных.

Сравним графики фактических наблюдений и теоретических значений (рисунок 11).



**Рисунок 11.** Графики фактических наблюдений и теоретических значений по модели (7) (получено авторами)

Используя полученную модель (7), осуществим прогноз индекса производительности труда в Приволжском федеральном округе при динамике инвестиций в основной капитал  $x = 101$  %. Тогда получим индекс производительности труда:  $y = 103,39$  %.

Таким образом, можно сделать вывод, что основным фактором, влияющим на индекс производительности труда, является динамика инвестиций в основной капитал. Построенные уравнения регрессии пригодны для прогнозов. Полученные модели характеризуют изменения индекса производительности труда в зависимости от динамики инвестиций в основной капитал. Сравнивая полученные прогнозные результаты индекса производительности труда, можно отметить, что они отличаются по округам при одном и том же значении динамики инвестиций в основной капитал. Данное обстоятельство можно использовать при принятии управленческих решений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Цвиль М.М., Шумилина В.Е., Нестерова А.В. Эконометрический анализ валового внутреннего продукта на душу населения в Российской Федерации // журнал Инженерный вестник Дона, 2018, №1 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4749>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
2. Цвиль М.М., Колесникова И.В. Эконометрический анализ инвестиционных проектов Ростовской области // журнал Инженерный вестник Дона, 2016, №2 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3591>. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
3. Цвиль М.М., Шумилина В.Е. Применение моделей анализа панельных данных для оценки объема инновационных товаров, работ, услуг в Российской Федерации // журнал Инженерный вестник Дона, 2017, №1 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2017/4006>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
4. Эконометрика: учебник для магистров / И.И. Елисеева (и др.); под ред. И.И. Елисеевой. М: Издательство Юрайт, 2012. 453 с.
5. Кетова К.В., Касаткина Е.В., Насридинова Д.Д. Прогнозирование показателей социально-экономического развития региона // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2013. №4 (28). Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/prognozirovanie-pokazateley-sotsialno-ekonomicheskogo-razvitiya-regiona>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
6. Ворокова Н.Х. Методы и модели анализа и прогнозирования производительности труда / Н.Х. Ворокова, А.Е. Сенникова // Научное и образовательное пространство: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 24 апр. 2016 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.] – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – С. 375–381.
7. Лядова Елена Владимировна Анализ динамики производительности труда в России: макроэкономический аспект // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. 2017. №1 (45). Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-dinamiki-proizvoditelnosti-truda-v-rossii-makroekonomicheskiy-aspekt>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
8. Смирнова Е.А., Хохлова Н.В. Прогнозирование производительности труда в сельскохозяйственных предприятиях Ульяновской области // Молодой ученый. – 2014. – №3. – С. 545–547. – Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/62/9496/> свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
9. Кремер Н.Ш. Эконометрика: учебник для студентов вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко; под ред. Н.Ш. Кремера. 3-е изд., перераб. и доп. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. 328 с.
10. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1005 с.

**Shumilina Vera Evgenevna**

Don state technical university, Rostov-on-Don, Russia  
E-mail: Shumilina.vera@list.ru

**Tsvil Maria Mikhaylovna**

Russian customs academy  
Rostov branch, Rostov-on-Don, Russia  
E-mail: tsvilmm@mail.ru

## **Statistical modeling and forecasting of the index of labor productivity in the Russian Federation**

**Abstract.** Within the Strategy of economic security of the Russian Federation till 2030 accepted by the Decree of the Russian President in 2017, one of the traced indicators is the index of labor productivity which represents the important indicator of cost efficiency of production, realization of labor and human potential, development of technology. The purpose of this study is the statistical modeling and forecasting of the labor productivity index for the Russian Federation and several of its districts, depending on the dynamics of some factors on the basis of official data for the period 2008–2017. In the course of the research the major factors affecting dynamics of the index of labor productivity were defined. As explaining such factors as dynamics of investments into fixed capital (as a percentage by last year) across the Russian Federation were taken; degree of wear of fixed assets (as a percentage) across the Russian Federation; the real charged wage (as a percentage by last year) in the Russian Federation; the number of the migrants who arrived in the Russian Federation, (person); innovative activity of the organizations, (as a percentage) in general across the Russian Federation; coefficient of inventive activity (units on 10 thousand people of the population) in general across the Russian Federation. Touching numerous options, investigating multicollinearity of factors, on the basis of the analysis of a matrix of correlation and the t-statistician Styudenta we come to a conclusion: the major factor influencing the index of labor productivity in the Russian Federation is dynamics of investments into fixed capital (as a percentage by last year). During the research statistical models of dependence of the index of labor productivity on dynamics of investments into fixed capital in general across the Russian Federation and on three federal districts separately are received: Central, Southern and Volga. The obtained models can be used to predict the labor productivity index depending on the dynamics of investment in fixed capital in order to develop a strategy and make management decisions at the level of state economic policy.

**Keywords:** labor productivity; forecasting; modeling; investments into fixed capital; econometric analysis; regression analysis; polynom of the third degree; determination coefficient; approximation error