

Вестник Евразийской науки / The Eurasian Scientific Journal <https://esj.today>

2019, №6, Том 11 / 2019, No 6, Vol 11 <https://esj.today/issue-6-2019.html>

URL статьи: <https://esj.today/PDF/66ECVN619.pdf>

Ссылка для цитирования этой статьи:

Никитин П.В., Баркова А.С. Математические методы для определения оценки резерва в страховании. Часть 1. Метод цепной лестницы // Вестник Евразийской науки, 2019 №6, <https://esj.today/PDF/66ECVN619.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

For citation:

Nikitin P.V., Barkova A.S. (2019). Mathematical methods for determining reserve estimates in insurance. Part 1. Chain ladder method. *The Eurasian Scientific Journal*, [online] 6(11). Available at: <https://esj.today/PDF/66ECVN619.pdf> (in Russian)

УДК 338.27

ГРНТИ 06.81.12

Никитин Петр Владимирович

ФГБОУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации», Москва, Россия
Доцент департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий
Кандидат педагогических наук, доцент
E-mail: pvnikitin@fa.ru
РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=588627

Баркова Анна Сергеевна

ФГБОУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации», Москва, Россия
Студент факультета «Прикладной математики и информационных технологий»
E-mail: Ann.barkova@list.ru

Математические методы для определения оценки резерва в страховании. Часть 1. Метод цепной лестницы

Аннотация. Статья посвящена одному из основных методов оценки резервов в страховании – методу цепной лестницы, так же известному как метод пошагового восхождения. Авторами представлен теоретический материал по нему, который далее используется в реализации метода на конкретных данных страховой компании – убыткам по страховым случаям. Они представляют собой особый массив данных, именуемый треугольником развития. Каждый элемент треугольника равен сумме платежей, произведенных в год оплаты по убыткам, произошедшим в год наступления страхового случая. В основе методов оценки резервов заложено проецирование опыта прошлых лет на будущее. Метод цепной лестницы направлен на выявление зависимости между платежами из года в год. Он предполагает, что распределение интервалов времени между заявлением о страховом случае и его полным урегулированием устойчиво по времени. Таким образом, данные в столбцах треугольника развития становятся пропорциональны друг другу. Метод цепной лестницы легок в вычислениях, однако он может давать некорректную оценку резерва в силу предположения о независимости платежей. Очевидно, что платежи, например, второго года оплаты убытков будут зависеть от суммы, уплаченной в первом году оплаты. Сильно переоцененный резерв может свидетельствовать о том, что в платежах наблюдались внезапные увеличения или уменьшения. Данные страховой компании, использованные для расчетов в статье, содержат резкие изменения в платежах. Анализ результата, полученного методом цепной лестницы, подтвердил этот факт. Итоговая оценка резерва предполагает, что в будущем платежи будут так же хаотично меняться, поэтому целесообразнее иметь большую сумму для покрытия убытков страхователей.

Ключевые слова: страхование; оценка резерва; метод цепной лестницы; метод пошагового восхождения; треугольник развития; убытки страхователя; страховая компания

Введение

Математические методы позволяют исследователям и управленцам более эффективно рассматривать вопросы экономического развития предприятия, финансовой стратегии, оценки различных прогнозов, рисков и т. д., особенно в условиях нестабильной экономической обстановки. В частности, авторами рассмотрены математические методы для оценки рисков банкротства коммерческих предприятий [1], математические методы оценки портфеля ценных бумаг [2]. Так же авторами разработаны математические методы оценки резервов в страховании, обзор которых будет представлен в серии статей.

В данной работе представлен метод оценки резерва в страховании, основанный на методе «Цепной лестницы». Данный метод позволит определить степень риска банкротства страховой компании.

Принцип работы страховой компании заключается в принятии на себя рисков и предоставления гарантии компенсировать финансовые потери в случае наступления негативных событий, которые повлекут за собой вред или потерю имущества, здоровья или жизни. Компенсация убытков идёт главным образом за счет того, что все страхователи платят страховые взносы, а случаи потери или вреда имущества возникают далеко не у всех. Для того, чтобы компания могла гарантированно покрыть свои обязательства перед клиентом, формируются страховые резервы. Оценка и вычисление размера страховых резервов являются одними из основных задач страховой компании, ведь именно от величины резервов будет зависеть её финансовая устойчивость.

Для расчёта оценки резерва применяется большое количество методов. Их суть заключается в том, чтобы спроецировать опыт прошлых лет на будущее, тем самым определить количество денежных средств, необходимое для покрытия возможных убытков страхователей [3]. Тем не менее, ни один из методов оценки нельзя назвать универсальным, так как невозможно учесть все факторы, которые могут повлиять на будущие выплаты и количество страховых случаев. Например, изменчивость экономики или корректировка правил оплаты убытков могут преобразовать структуру и размер денежных средств, необходимых для резервирования. Задача актуария состоит в вычислении оценки несколькими методами и выбор наилучшей из них исходя из личного опыта и экономического состояния компании в целом, то есть решение своеобразной неопределённости, возникающей из-за различных факторов, которые учитывает тот или иной метод.

Целью работы является обзор и анализ результатов одного из основных методов оценки резервов в страховании – метода цепной лестницы. Справедливо так же название «метод пошагового восхождения». Анализ результатов, полученных этим методом, позволяет дать ответ на вопрос, какой резерв необходимо иметь страховой компании на момент расчета, чтобы в будущем покрыть все убытки страхователей.

Обоснование необходимости оценки денежного резерва в страховании

Актуальность работы объясняется большой значимостью резервов для страховой компании. Правильно оценённые резервы служат залогом надёжности компании, а значит своевременным выполнением обязательств перед клиентами.

Организация не может урегулировать страховое событие сразу после его наступления. Очевидно, что между моментом возникновения страхового случая и моментом его урегулирования проходит время. Сроки могут быть совершенно разные, ведь размер убытка может устанавливаться, например, по итогам судебного решения или заключения медкомиссии. Тем не менее, страховая компания обязана подводить баланс в конце каждого отчетного периода. Это оказывается проблематичным занятием, ведь в каждый момент времени многие страховые случаи оказываются не разрешенными, отсюда возникает необходимость откладывать большие суммы для резервирования. Но эти суммы не будут определены, отсюда у компании возникают убытки двух видов: убытки заявленные, но ещё не оплаченные и убытки, которые уже наступили, но не были предъявлены компании [4].

Механизм формирования резервов опирается почти всегда на опыт прошлых лет. Исходя из того, что практически невозможно рассчитать убыток точно, страховая компания должна иметь значительные денежные средства для резервов. Их оценку затрудняют также внешние экономические факторы, например, инфляция.

Гораздо проще дело обстоит с уже заявленными конкретными убытками. Оценка резервов для этого типа потерь практически не применяется за исключением некоторых мелких убытков, для которых актуарий может установить интервальную оценку. Например, «убытки ниже 1000\$». Но и тут средний размер убытков оценивается на основании прошлых лет.

Убытки заявленные, но не оплаченные и убытки наступившие, но не предъявленные являются более дорогими и, следовательно, более значимыми для компании. Ведь именно они играют решающую роль для отчета компании и начисления премий [5]. Для оценки данных видов резервов разработано очень большое количество математических методов. Общим в них является идея проецирования опыта прошлых лет на настоящее время и последующие годы развития. То есть их суть состоит в применении опыта прошлых лет. Разумеется, не все методы могут дать справедливые результаты, так как нужно помнить об изменчивости экономики. Так же они не учитывают такие факторы, как изменение в системе порядка определения и урегулирования убытков.

Метод цепной лестницы основывается на анализе треугольника развития компании. Это понятие является одним из ключевых в изучении методов оценок в страховании [6].

Треугольник развития (часто его называют треугольник выбывания или треугольник убытков) представляет собой средство для сосредоточения информации, необходимой для оценки резервов уже произошедших, но ещё не заявленных убытков. Для наглядности он представлен в таблице 1:

Таблица 1
Представление данных страховой компании в виде треугольника убытков

Год, когда ДТП произошло (или было предъявлено) (i)	Год платежа (j)					
	1	2	3	...	k	...
1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1k}	...
2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...		
3	C_{31}	C_{32}		
...				
k	C_{k1}					

Разработано автором

Величины C_{ij} представляют собой суммарный размер платежей к концу финансового года (периода) с номером j по страховым случаям, произошедшим в год (или период) с номером i . За I лет становятся известными значения C_{ij} , где $i + k \leq I + 1$. Таким образом происходит заполнение треугольника.

Для суммарных размеров платежей справедлива формула:

$$C_{ij} = \sum_{h=1}^j c_{ih},$$

где c_{ih} – размеры платежей в финансовом году с номером h по страховым случаям, произошедшим в год i . Таким образом, диагонали треугольника представляют собой календарные годы. Платежи на одной диагонали делаются в течении одного и того же финансового периода. Те платежи, которые располагаются ниже главной диагонали, неизвестны. Это будущее развитие страховых случаев [7].

Задача методов оценки резервов в страховании ставится следующим образом: пусть R_i – резерв для неурегулированных страховых случаев, $C_{i\infty}$ – неизвестная совокупная стоимость страховых случаев за год с номером i . Тогда общий размер резерва R к концу года с номером k можно представить в виде: $R = \sum_{i=1}^k R_i = \sum_{i=1}^k (C_{i\infty} - C_{i,k-i+1})$.

То есть суммируются все резервы в исследуемых периодах наступления убытков. Рассмотренные далее методы будут нацелены на оценивание величины $C_{i\infty}$ и последующее оценивание R_i , которая фактически определяет требуемый размер резерва i -го года события. Считается, что самой лучшей оценкой резервов является условное математическое ожидание суммы выплат по неурегулированным страховым случаям за этот год, при условии, что известна вся предыдущая информация о них, то есть:

$$\hat{R}_i = E(\hat{C}_{i\infty} - C_{i,k-i+1} | C_{i,k-i+1})$$

Метод цепной лестницы считается одним из самых простых для вычисления. Его главная идея заключается в том, чтобы выяснить, во сколько увеличивалась величина убытков в прошлом от года к году и эту же схему применить к будущему [8]. Иными словами, метод предполагает, что распределение интервалов времени между заявлением о страховом случае и его полным урегулированием устойчиво по времени [9]. Таким образом, столбцы в треугольнике выбывания оказываются пропорциональными (случайные колебания исключаются, от конкретного года величины не зависят).

Формализация метода:

Столбцы пропорциональны, поэтому $C_{i,j+1} = m_j * C_{i,j}$ $i = 1, \dots, k$ $j = 1, \dots, k - 1$. m_j – случайная величина, которая отражает изменение (инфляцию) платежей в промежутках времени между j и $j+1$ годом.

$C_{i\infty} = M_k * C_{ik}$, $i = 1, \dots, k$ где M_k – изменение стоимости случаев, которые произошли в данный год по прошествии k лет. M_k и m_j называют коэффициентами развития.

Первый шаг метода заключается в нахождении оценок коэффициентов развития:

$$\hat{m}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{k-j} C_{i,j}}, j = 1, \dots, k - 1; \hat{M}_k = \frac{C_{i\infty}}{C_{ik}}$$

Далее поочередно подсчитываются так же оценки $\hat{M}_j = (\prod_{h=j}^{k-1} \hat{m}_h) * \hat{M}_k$

Третий шаг – подсчёт суммы по страховым случаям, произошедшим в первый год: $\hat{C}_{1\infty} = C_{i,k-j+1} * \hat{M}_{k-i+1}$ и вычисление оценок резервов $\hat{R}_i = C_{i,k-j+1} * (\hat{M}_{k-i+1} - 1)$.

И наконец вычисление оценки общей суммы резерва к концу периода: $R = \sum_{i=1}^k \hat{R}_i$.

Данный метод достаточно часто критиковался актуариями, так как показатели (множители) развития коррелируют между собой. Однако этот метод удалось обосновать в рамках стохастической модели, то есть сначала выражая все платежи в постоянных ценах с

помощью индекса роста цен, а в конце делая обратное действие по отношению к вычисленным значениям [10].

Методы

Метод цепной лестницы оценивания резервов был реализован на языке R. Пакет анализа ChainLadder использовался для работы с треугольниками выбывания и получения данных. Этот пакет содержит треугольники развития разных страховых компаний. В качестве исследуемого был выбран треугольник, содержащий информацию о страховании гражданской ответственности AutoBI (табл. 2).

Таблица 2

Данные об убытках страховой компании

Год наступления (i)	Год платежа (j)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1904	5398	7496	8882	9712	10071	10199	10256
2	2235	6261	8691	10443	11346	11754	12031	
3	2441	7348	10662	12655	13748	14235		
4	2503	8173	11810	14176	15383			
5	2838	8712	12728	15278				
6	2405	7858	11771					
7	2759	9182						
8	2801							

Разработано автором

Данные представляют собой совокупные платежи за восемь периодов. Предположим, что один период равен одному финансовому году. Резервы формируются на конец восьмого периода по страховым случаям, случившимся с первого по восьмой год.

Если ознакомиться с величиной платежей, можно заметить, что со временем они увеличиваются. Более конкретно – основная часть выплат по страховому событию, произошедшему в первый год, начинается с пятого года. Это можно объяснить тем, что с течением времени: во-первых, происходило развитие компании, увеличение числа заключенных договоров страхования и соответственно произошедших страховых случаев, во-вторых, долгим урегулированием случаев. Это могло быть связано с судебными разбирательствами, возникающими осложнениями после наступления страхового события, ошибками в первоначальной оценке будущих выплат [11].

Графики изменения платежей по происшествиям, случившимся в первый и второй годы иллюстрируют вышеописанный факт. Так же на них можно наблюдать, что в шестом году суммарные выплаты по договорам резко снизились (рис. 1, рис. 2).

Возможно, в том году применялся другой метод расчёта страховых сумм, или же число страховых случаев уменьшилось. Одновременно с этим такой резкий скачок может быть связан с изменениями на макроэкономическом уровне.

Для платежей по убыткам второго года картина аналогичная. Таким образом, нельзя однозначно сказать, что платежи каждый год увеличивались. Видно, что динамика платежей положительная, однако присутствуют отклонения от беспрепятственного роста. Это нужно учесть при анализе оценки резерва, полученный методом цепной лестницы, так как он достаточно резко реагирует на наличие неоднородных данных в исходном массиве.

Как можно заметить, исходный треугольник развития не содержит информации об общей стоимости страховых случаев за первый год. Поэтому сначала необходимо оценить

резервы с помощью метода цепной лестницы, так как в процессе вычислений будут посчитаны необходимые показатели.



Рисунок 1. Изменение платежей по случаям, произошедшим в первый год оплаты убытков (разработано автором)

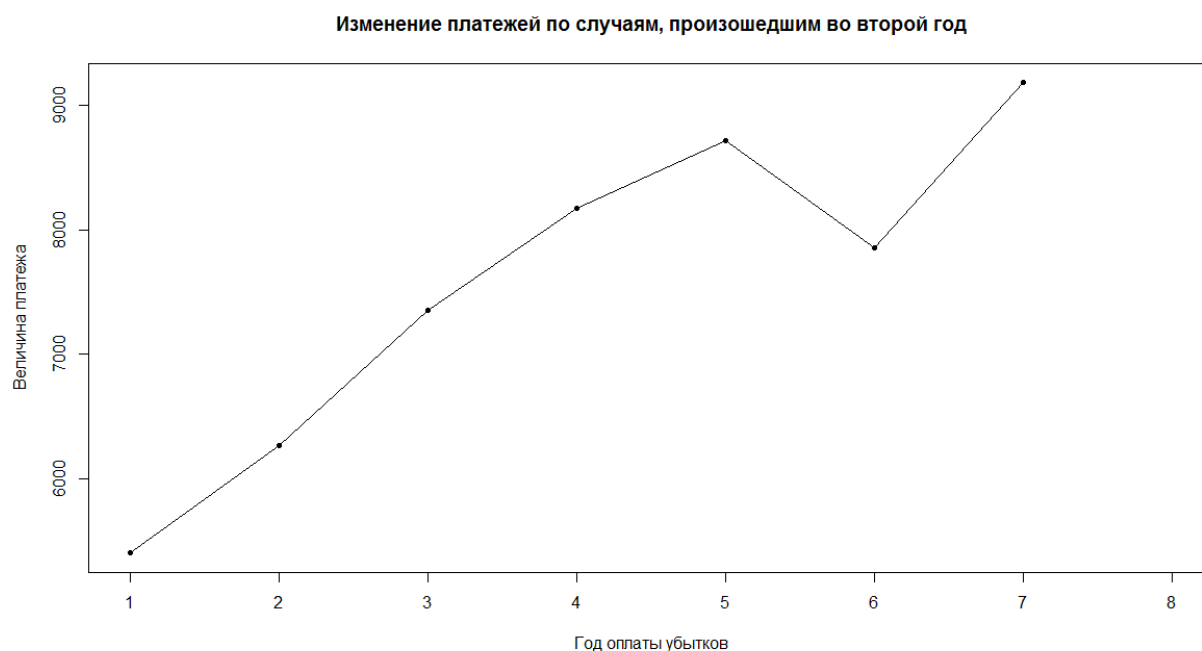


Рисунок 2. Изменение платежей по случаям, произошедшим во второй год оплаты убытков (разработано автором)

Код для реализации метода пошагового восхождения на языке R (составлено автором):

```
#-----МЕТОД ПОШАГОВОГО ВОСХОЖДЕНИЯ-----
d<-AutoBI$AutoVIPaid
n <- length(d[,1])

#подсчёт оценок инфляции (M)
f <- sapply(1:(n-1), function(i){
  sum(d[c(1:(n-i)),i+1])/sum(d[c(1:(n-i)),i])
})

pos1<-length(f)
f <- c(f, f[pos1])

#вычисление неизвестной части матрицы с использованием M
fulldata <- as.table(cbind(d, ult = rep(0, n)))
for(k in 1:n){
  fulldata[(n-k+1):n, k+1] <- fulldata[(n-k+1):n,k]*f[k]
}

#e<-round(fulldata)
#write.csv(e, file='оценённые платежи.csv')

#подсчёт резерва
R1<-sum(fulldata[,n+1] - getLatestCumulative(d))
print(paste0("Резерв по методу цепной лестницы равен: ", round(R1)))
```

Рисунок 3. Метод пошагового восхождения в R (составлено автором)

Результаты

Оценки инфляции стоимости страховых случаев за восемь лет отражены в таблице 3:

Таблица 3

Оценки инфляции стоимости страховых случаев за восемь лет

\hat{M}_1	\hat{M}_2	\hat{M}_3	\hat{M}_4	\hat{M}_5	\hat{M}_6	\hat{M}_7	\hat{M}_8
3,098	1,444	1,196	1,087	1,036	1,019	1,006	1,006

Разработано автором

С помощью них становится возможным рассчитать оценки платежей на будущие периоды времени.

При анализе полученных оценок можно сделать вывод о том, что предполагается дальнейшее увеличение совокупных платежей. Видно, что оценённое значение платежа на девятый год будет больше, чем на восьмой (табл. 4).

Таблица 4

Оценённые платежи по убыткам за восемь лет

	1	2	3	4	5	6	7	8	Inf
1	1904	5398	7496	8882	9712	10071	10199	10256	10313
2	2235	6261	8691	10443	11346	11754	12031	12098	12166
3	2441	7348	10662	12655	13748	14235	14499	14580	14662
4	2503	8173	11810	14176	15383	15937	16233	16324	16415
5	2838	8712	12728	15278	16613	17211	17531	17629	17727
6	2405	7858	11771	14072	15302	15853	16148	16238	16329
7	2759	9182	13255	15847	17232	17852	18184	18285	18387
8	2801	8678	12528	14977	16286	16872	17185	17281	17378

Разработано автором

Обращать внимания следует на ту часть таблицы, которая находится ниже главной диагонали, так как именно там находятся оценки платежей, необходимых для подсчёта оценок резервов. Последние получаются путём вычитания из последнего столбца таблицы с оценёнными платежами значений платежей, находящихся на диагонали исходной таблицы.

Оценки резервов представлены в таблице 5.

Таблица 5

Оценки резервов за восемь лет

\hat{R}_1	\hat{R}_2	\hat{R}_3	\hat{R}_4	\hat{R}_5	\hat{R}_6	\hat{R}_7	\hat{R}_8
57,32	134,85	426,67	1032,92	2449,38	4557,52	9205,44	14577,02

Разработано автором

Тогда суммарная оценка резерва будет равна 32440.

Полученная оценка вполне справедлива, если учесть предположения, что компания в будущем будет развиваться и расширять базу клиентов.

Обсуждение

Структуре исходных данных позволяет более подробно трактовать полученную оценку резерва. Метод пошагового восхождения, как было сказано в теоретическом обосновании, сильно реагирует на изменения в распределении платежей по урегулированию страховых случаев. В самом начале анализа исходных данных отмечалось, что платежи в шестом году развития резко снизились, а после этого начали увеличиваться. Этот скачок и повлиял на итоговую оценку резерва, рассчитанную этим методом. Предпосылка, которая говорит о том, что столбцы в треугольнике развития пропорциональны друг другу, принималась не полностью. От этого пошло искажение в коэффициентах развития убытков и метод сработал для случая увеличения дальнейших платежей.

Таким образом, метод цепной лестницы показывает справедливую оценку резервов. Более того, на отчетные даты оплаты убытков оценки тоже получились оптимальными. Для более точного вывода о пригодности данной оценки следует говорить, предварительно ознакомившись с ретроспективной оценённых резервов более ранних периодов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Никитин П.В., Горохова Р.И., Курилева Н.Л. Проектирование математической модели управления организацией в условиях нестабильной экономической ситуации // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2016. № 8 (115). С. 93–102.
2. Баркова А.С. Портфельное инвестирование как новая бизнес-коммуникация финансового рынка (на примере модели Марковица) // Коммуникации в глобальном мире: проблемы интеграции и взаимодействия. – 2019. С. 18–21.
3. Крук С.И., Чарышкина О.В. Оценка и анализ адекватности резервов убытков страховой компании // Научные записки молодых исследователей. – 2014. – №4 – С. 5–10.
4. Vignette Alessandro Carrato, Fabio Concina, Markus Gesmann, Dan Murphy, Mario Wuthrich and Wayne Zhang. "Claims reserving with R: ChainLadder-0.2.10 Package". May 27, 2019.
5. Денисов Д., Чернецова Д. Оценка методом случайных лесов резерва произошедших, но ещё не заявленных убытков по страхованию иному, чем страхование жизни // Актуарий. –2018. – № 1 (6). – С. 33–38.
6. Ratemo, Caroline & Weke, Patrick. (2013). Estimating IBNR claims reserves for general insurance using Archimedean copulas. Applied Mathematical Sciences. 7. 10.12988//ams.2013.13114.
7. Hürlimann, Werner. (2015). Old and new on some IBNR methods. International Journal of Advanced Research. 3. 384–402.
8. Бутов А.А., Галимов Л.А. Стохастическая имитационная модель оценки резерва произошедших, но не заявленных страховых убытков в терминах СМО // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 8–2. – С. 234–238.
9. Точилин Р.Ю. Финансовая устойчивость страховщиков: изменение подходов к формированию страховых резервов // Корпоративная экономика. – 2018. – № 1 (13). – С. 32–35.
10. Вершинина О.В. Инвестирование как инструмент управления страховыми резервами // Вестник Российского нового университета. Серия: Человек и общество. – 2015. – № 8. – С. 65–69.
11. Бугаев Д.А. Вариативность методов формирования резервов в страховых компаниях // Экономика устойчивого развития. – 2015. – № 4 (24). – С. 26–36.

Nikitin Petr Vladimirovich

Financial university under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia
E-mail: pvnikitin@fa.ru

Barkova Anna Sergeevna

Financial university under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia
E-mail: Ann.barkova@list.ru

Mathematical methods for determining reserve estimates in insurance. Part 1. Chain ladder method

Abstract. This article focuses on one of the main assessment methods. The theoretical material on this issue, which is used in these cases. They represent a special array of data called the development triangle. Each loss payment element occurred in the year the insured event occurred. The assessment methods are based on projecting past experience into the future. The chain ladder method aims to identify the relationship between payments from year to year. He suggests that the time interval should be stable in time. That's condition why the data in the columns are equal to each other. However, it may give an incorrect assessment. Obviously, payments, for example, the second year of payment, will depend on the amount paid in the first year of payment. A highly overvalued reserve may indicate that a sudden increase or opening was observed in payments. The data of the insurance company used for calculations in the article contain sharp changes in payments. An analysis of the result obtained by the chain ladder method confirmed this fact. The final reserve estimate suggests that in the future payments will also change randomly, therefore it is more advisable to have a large amount to cover the losses of policyholders.

Keywords: insurance; reserve assessment; chain ladder method; step-by-step ascension method; development triangle; policyholder losses; insurance company